ORONTII FINÆI DELPHI-natis, Regij Mathe=maticarũ Lutetiæ Profeſſoris,

ARITHMETICA

Practica, in compendiũ per Authorem ipſum redacta, multiſq́ʒ acceſſionibus locupletata: Ijs qui ad liberam quãuis, nedũ Mathematicã, adſpirant philoſophiã perutilis, admodúmq́ʒ neceſſaria.

LVTETIAE PARISIORVM
Apud Simonem Colinæum.
1544.

Vireſcit vulnere virtus.

Authoris Octoſtichon, ad Lectorem.

Cùm natura ſagax numero, menſúq; crearit
Singula, ponderibus clauſerit inde ſuis:
Diſce (precor) numeros primis tractare ſub annis,
Si Matheſin recta poſcis adire via:
Si cupis & rerum proprias diſcernere cauſas,
Artibus humanis vel dare ſubſidium.
Hoc velis à brutis ſaltem differre, q inter
Viuentes poſſis vel numerare. Vale.

Indicem capitum horum librorum Arithmeticæ practicæ, reperies ad calcem voluminis.

❧ AD REVERENDVM ET ſimul eruditum Patrem, Do. Antonium Leufredũ, Vrſicampi Abbatẽ digniſſimũ: Orontij Finęi Delphinatis, in ſequentes Arithmeticæ libros, PRAEFATIO.

INTER EA QVAE IN RERVM *uniuerſa natura (Pater obſeruandiſſime) non poſſunt abſque materia ſubſiſtere, & nihilominus extra materiam facilè ſunt intelligibilia: maximè eſt ipſa unitas, & qui ex eadem unitate procreatur numerus. Quoniam numerus tam per ſeſe, quàm in rebus materialibus indifferenter conſyderatur. Cuius ſimplex & abſoluta uidetur eſſe cõtemplatio, cùm naturales & ueræ ipſius numeri diſquirũtur proprietates: an uidelicet ſit par aut impar, primus uel cõpoſitus, perfectus itẽ, uel abũdans, aut diminutus, & quæ ſunt eiuſmodi. In materia porrò conſyderari dicitur numerus, cùm artificioſa operandi ratione, humanis inſeruit negotiationibus. Hinc duæ ſubortæ ſunt Arithmeticæ partes: theorica ſcilicet, quæ proprias numerorũ paſſiones & uirtutes, & accidẽtia perſcrutatur: & practica, quæ materiales (ut ſic loquar) reſpicit numerorũ applicationes. Theorica itaq; dignitatẽ, & quæ numeris ineſt ueritatẽ oſtẽdit: practica uerò uſum, ac utilitatẽ eorundẽ numerorũ explicare uidetur. Et proinde facilè colligitur, Arithmeticã inter liberales diſciplinas quæ Mathematicæ uocãtur, primum ſibi uẽdicare locũ: ſiue ipſius artis diuinã ſimplicitatẽ, ſiue utilitatũ illius inſpicias amplitudinẽ. Nulla ſiquidẽ ars tam pura & utilis, tam etiã frequens & neceſſaria*

Arithmetica duplex.

Arithmeticę dignitas & vtilitas

eſt,uel quæ alijs minùs ſubdita ſit artibus:quãtũ Arithmetica.De qua libros quatuor dudũ cõſcripſimus,& ſæpius auctos & emẽdatos,in cõmunẽ ſtudioſorũ gratiã ædidimus.

nno ſcili- et 1532. 1535. 1542.

Quos nõ parũ gratos ac utiles(ut optabamus) hactenus fuiſſe,uel ob id maximè ſuſpicamur:ꝙ portatili magis uolumine cõpreſſos, ab innumeris deſyderari ſæpius acceperimus.Quapropter,ut nullã officij noſtri partem omitteremus:ipſã Arithmeticã noſtrã denuò caſtigauimus, & q̃plurimis illuſtrauimus acceſſionibus,multis tũ in melius cõmutatis,tũ in cõpendioſam artis rationẽ(ſine iactura tamẽ) redactis:& in Enchiridij formã tandem ædidimus.

Quę in hac ontinẽtur. rithmeti- a.

Quæcũq; igitur ad meliorẽ tum integrorũ, tũ fractorũ numerorũ praxin expedire iudicauimus, ea pura & admodũ facili traditione ꝑſtrinximus:omiſſis regularũ,uulgariumq́; negotiationũ inexplicabilibus labyrinthis.utpote,q̃ Mathematicis,hoc eſt,purioris philoſophiæ diſcipulis,uiã ad maiora potiſſimùm deſyderamus aperire.

rgumẽtũ ledicatiõis uius Arith.

Hũc porrò laborẽ noſtrũ & induſtriã,tibi cõſecrare nõ erubuimus. q̃ præter græcarũ & hebræarum literarũ cognitionẽ(quam ſexagenarius,& ſupra, perdiſcere nõ erubuiſti)Mathematicis ſic imbutus es diſciplinis,ut poſſis de illis nõ infæliciter iudicare.Adde,ꝙ tua humanitate & clemẽtia,me ſæpius recipere, & fouere dignatus es:& innumeris beneficijs,aduerſis maximè tẽporibus(q̃bus uerus dignoſcitur amicus)me tibi ꝑpetuò deuinctũ reddidiſti.Vnde ſæpius deſyderaui hãc tuã erga me liberalitatẽ,aliquo ſaltẽ recognoſcere munuſculo.Quod ab ipſis non impertinẽter incepimus numeris.ſicut enim à numeris,ad grauiora fit progreſſus: ſic huic exiguo munuſculo,digniora tuo nomine(Deo fauente)ſuccedent.Vale omnibus numeris abſolute Pater, Lutetiæ Pariſiorũ,menſe Nouẽbri 1544.

ORONTII FINAEI Delphinatis, Regij Mathematicarũ Lutetiæ profeſſoris, Arithmeticæ practicæ Liber primus: In quo de integris, hoc eſt, eiuſdem ſpeciei vel denominationis tractatur numeris.

¶ *De numero, elementis, limitibus, & arte numerandi.* *Caput* I.

1 NVMERVS EST, VNItatum inuicem compoſitarũ multitudo, vt duo, tria, quatuor, quinq́, decem, viginti, &c. vnde & numerus numerans, ſeu mathematicus appellatur. Vnitas verò eſt, qua vnaquæq́ res corporea vel incorporea dicitur vna: vt vnus angelus, vnus homo, vnus lapis, vnus dies, ab vnitate dicitur vnus. Plures autem angeli, vel homines, aut lapides, ſiue dies multitudinem efficiunt, quæ numerus numeratus, ſeu phiſicus dicitur. Vnitas igitur, nõ eſt numerus, ſed principium & origo numeri: vtpote, quæ per ſeſe multiplicata vel diuiſa, in

Numerus quid.

Vnitas.

Vnitatis pro-prietates.

ſeipſam abſque cremento reſoluitur. Eſt inſuper vnitas cuiuſlibet numeri pars quota, ab ipſo numero denominata. Naturalis porrò ſeries numerorum eſt, quę à binario continuum vnitatis obſeruat incremẽtum. Quanuis igitur in numerorum reſolutione deueniatur ad minimum: nunquã tamen in numerorum augmentatione ad maximum licet peruenire numerũ.

aturalis do numerum.

2 ¶Numerorum autem (quantum ad ſuſceptum videtur ſpectare negotium) alius digitus, alius articulus, alius demum cõpoſitus nominatur. Digitus eſt, qui inter vnitatẽ & denarium continetur numerum, & nouem non excedit vnitates: vt duo, tria, quatuor, quinque, ſex, ſeptẽ, octo, nouem. Articulus verò dicitur numerus, qui ex decem vnitatibus, vel binarijs, aut ternarijs, aliíſve decuplatis conſurgit numeris: cuiuſmodi ſunt decem, viginti, triginta, quadraginta, quinquaginta, cẽtum, mille, & ſimiles numeri in naturali ſerie articulatim diſtributi. Compoſitus demũ ſiue mixtus appellatur numerus, qui inter duos quoſuis proximos articulos cõprehenditur, & ex priore articulo & aliquo digitorum reſultat: veluti quindecim, viginti ſex, triginta ſeptem, quinquaginta octo, centum & ſexaginta nouem, &c.

u.digit⁹. umerus ticulus. u.compoſitus.

3 ¶In numerorum porrò expreſſione, duo veniunt potiſſimè conſideranda: figurę videlicet arithmeticæ, quæ vocantur elementa, & ipſorum elementorum loca ſiue limites. Elementa ſunt decem, nouem quidem ſignificatiua, quæ

ementa ımoralia. alia ſiu.

ſin hunc modum figurãtur ab Arithmeticis,& talem habent qualem ſubſcripſimus valorem.

vnũ.	duo.	tria.	quatuor.	qnq;.	ſex.	ſeptẽ.	octo.	nouẽ.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.

Et vnum non ſignificatiuum, ad ſolam occupationem limitum, & ſignificatiuorum elementorum tranſpoſitionẽ excogitatum: quod tziphra propriè dicitur, & in hunc modum figuratur. o.

4 ¶Limites autem elementorum, ſunt illorum ſedes, à dextra verſus lęuam in infinitum progredientes, & decupla ratione ſiue poteſtate ſeſe inuicẽ cõtinuè ſuperãtes. In quolibet igitur numero tot occupãtur limites, quot in eo ſunt elementa. Vnumquodque propterea elementorum ſignificatiuorum, in primo limite ſuas ſimpliciter repreſentat vnitates, in ſecundo decies, in tertio centies, in quarto milleſies, in quinto decies milleſies: & ſic conſequenter, denæ centenæ millenę quantumlibet iterata nomenclatura. Exempli gratia, binarius in primo limite duo tãtùm præfigurat, in ſecundo duas denas, hoc eſt, viginti, in tertio bis centum, in quarto bis mille, in quinto vigeſies ſeu bis decies mille: & ſic conſequẽter. Idem reſpondenter intelligito, de cæteris elementis ſignificatiuis. Contrahit itaq; numerus ab ipſis elementis ſignificatiuis, vnitatũ multitudinem: ab ipſis verò limitibus, eorundem elemẽtorum denariam, centenariam, aut millenariam, pro dati numeri multitudine iteratã

Elementorum limites in numeris.

Elementorũ & limitũ officiũ

nomenclaturam. Quaſi elementa ipſa ſint nu- meratores, limites verò denominatores, earũ quæ in dato numero ſunt vnitatum. Velut ex ſubſcripta potes elicere figura.

	Millenæ millenæ millenarum.	Centenæ millenæ millenarum.	Denæ millenæ millenarum.	Millenæ mille-narum.	Centenæ mille-narum.	Denæ mille-narum.	Millelenæ.	Centenæ.	Denæ vnitatum.	Vnitates.	Limitũ ſine locorũ denominationes.	
Siniſtra pars infinita.	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	Nouenarius.	Digitorum nomenclaturæ. Pars dextra, pricipiũ nũerorũ.
	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	Octonarius.	
	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	Septenarius.	
	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	Senarius.	
	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	Quinarius.	
	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	Quaternarius.	
	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	Ternarius.	
	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	Binarius.	
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	Vnitas.	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	tziphra.	
	Decimus.	Nonus.	Octauus.	Septimus.	Sextus.	Quintus.	Quartus.	Tertius.	Secundus.	Primus limes	Ordo limitum, ſiue locorum.	

De nume-ratione.

NVMERARE IGITVR, EST DATVM quemuis numerum, per propria & loca & ele- menta decẽter repreſentare: vt quãtus ſit ip- ſe numerus, facilè valeamus exprimere. Qui- bus autem elementis & limitibus, id abſoluen dum fuerit: ipſe propoſitus te docebit nume- rus. Vbicũq; enim fuerint duæ numeri dictio- nes, quarum prima aduerbialiter, altera verò

Numeratio- nis artificiũ notandũ.

nominaliter exprimitur: prima docet quo elemento, ſecunda verò quo limite datus exprimendus ſit numerus. Vt pote, ſi volueris arithmeticè repreſentare bis mille nonies centum viginti quatuor: dictio bis denotat binarium elementum, mille autem illud eſſe locandum in quarto limite qui eſt millenarũ: dictio quoque nonies elementum nouenarium, centum autem denotat illud ponendum eſſe in tertio limite qui eſt centenarum: porrò viginti cùm duas denas ſignificent, per binarium in loco denarum, vtpote ſecundo limite: quatuor autem vnitates, per quaternariũ in primo limite poſitum exprimentur elemẽtum. vt vides hic 2 9 2 4. Hinc patet expreſſionem numeri, à limitibus potentia maioribus ad ſubtiliores, hoc eſt, à ſiniſtra verſus dextram eſſe pronunciandam. Vt ſi hunc velles exprimere numerum, 8 5 3 4: nominabis in primis 8 & ſuum limitem, poſtea 5 & ſuum limitẽ, & ſic de cæteris. Dices igitur ipſum numerũ 8 5 3 4, continere octies mille, quinquies cẽtum, triginta quatuor. Si datus itaque numerus fuerit digitus, proprio deſignabitur elemento: Si articulus aut cõpoſitus fuerit, duobus ad minus exprimetur elemẽtis. Sed articulus, in primo limite ſemper habebit tziphram, vt 10, 50, 100: compoſitus verò, elementum aliquod ſignificatiuum, vt 12, 15, 26, 138. Vides igitur, q̃ pulchrè ipſa decem elementa, vnà cum ipſorum limitum continuè decuplata ratione, ad

Numeri qualiter exprimẽdi

Recollectio notanda.

omnium quorũcunq; numerorũ repreſentatio-nem ſint ſatis. Item, qualirer expreſſio numerorum, à limitibus potentià groſſioribus commodiùs abſoluatur, q̃ è diuerſo. Hinc factum eſt, vt illa continuè decuplata limitum poteſtas, à dextra verſus læuam neceſſariò diſtribuenda fuerit: vt ſingulæ videlicet vnitatum denæ ex quolibet inſurgentes limite, per ſolã vnitatẽ in proximo verſus dextram limite repreſentẽtur. Sed hæc de numeratione, & eius artificio ſint ſatis.

De *integrorum numerorum additione*, Cap. 2.

ADDERE IN INTEGRIS eſt, duos aut plures integrorũ numeros in vnum componere numerum: vt ſummarius inde reſultans numerus dignoſcatur. Abſoluitur autem ipſa integrorũ additio, in hunc qui ſequitur modum. Subſcribantur inuicem propoſiti & addendi eorundẽ integrorum numeri, pro ſingulorum & limitum & elementorũ ordine: ſic vt vnitates vnitatibus, denæ denis, centenæ centenis, & reliqua reliquis directè reſpondeant. Sub quibus tranſuerſalis quædã ſubſcribatur lineola, quæ ſummarium ab ipſis addendis ſeparet numerum. His præparatis, congregẽtur in primis vnitates: & ſi reſultans inde numerus fuerit digitus, is ſub vnitatibus & interpoſita lineola proprio ſignetur elemẽto: Si autem collectus ipſe numerus fuerit

[Margin: Additionis integrorũ Regula.]

articulus,illũ reſeruabis,& ſubſcribes tziphrã o: At ſi præfatus numerus fuerit ex digito & articulo compoſitus,obſeruetur rurſum articulus, & ſubnotetur digitus. Poſtmodum colligantur denæ,& inde reſultãti numero tot addãtur vnitates , quot fuerint denæ in retento nuper articulo : & conſurgens inde numerus rurſum conſideretur,an fuerit digitus,articulus,aut cõpoſitus. Si fuerit digitus,is ſub denis proprio exprimatur elemento:Si articulus, is reſeruetur, & ſubſcribatur tziphra o: Si autem ex digito & articulo cõpoſitus extiterit, ſubnotetur digitus, & reſeruetur iterũ articulus.Deinde congregentur millenæ:idémq; diſcurſus, ac elementorum ſubnotatio priori ſimilis obſeruetur,ex centenis ad millenas,atq; reliquos progrediendo limites,donec ad vltimum peruentum fuerit ipſorum numerorum
2 ordinem.¶Memineris tamen,cùm ad vltimã perueneris additionẽ, ipſum articulum (ſi retentum forſitan habueris) in proximum limitem læuorſum eſſe transferendum, & illic per congruum ſubnotandum elementum, tot reſentans vnitates, quot denas habuerit idẽ articulus. Item, quoties in primo,aut aliquo intermediorum limitum ordine,tziphræ abſq; ſignificatiuo concurrerint elemento (cùm nihil ex illarum additione conſurgat) ſubnotabis tziphram,quæ illum ſaltem deſignet limitem : ni forſitan habueris articulum ex proxima collectione reſeruatum , qui loco tziphræ Documenta particularia in additione ſeruanda.

tunc ſubnotandus erit. Facilitabit etiam pluꝰ rimùm additionẽ, ſi maiores numeros minoꝰ ribus in primis ſubſcripſeris: & priùs maiora, quàm minora inuicem compoſueris elementa.

Vnde pendeat additionis artificium.

Pendet igitur totum additionis artificium, ex ipſa limitum decuplata poteſtate. vt enim limes quilibet (excepto primo) decuplus eſt limitis dextrorſum immediatè præcedentis: ſic pro ſingulis cuiuſlibet limitum denis, vnitas in proximè ſuccedẽtem verſus læuam reponitur ordinem.

Additionis exempla.

¶In faciliorem eorũ quæ diximus intelligentiã, ſubſcriptas additionum contemplare formulas. In quarum prima, hi numeri 2450, 1334, 423, hunc conficiunt numerũ 4207. In ſecunda verò formula, hic numerus 126200, ex iſtorum numerum 95080, 23090, 8030, additione conſurgit. 3

Numeri addendi.	2 4 5 0	9 5 0 8 0
	1 3 3 4	2 3 0 9 0
Lineola interiecta.	4 2 3	8 0 3 0
Addẽdorũ ſumma.	4 2 0 7	1 2 6 2 0 0

¶De *ſubtractione eorundem integrorũ,* Cap. 3.

De quibus numeris ītelligatur ſubtractio.

SVBTRAHERE AVTEM EST, datum numerum à maiori numero artificialiter auferre: vt reſiduus innoteſcat numerus. Nam æqualem ab æquali demere, ſuperuacaneum eſt: & maiorem à minore, impoſſibile. In ſubtractionis ergo principio, duo tantũ occurrũt 1

numeri: ſubtrahendus videlicet, & is à quo facienda eſt ſubtractio. Vnde ſi plures numeros ab eodem numero, vel pluribus numeris ſubducere fuerit operæpretium: vtrunq; ordinem in vnum priùs coaceruabis numerum. Notãdum.

¶Subtractio igitur (vt rẽ acu tangamus) contraria eſt additioni: idcirco per contrariam additionis operationem, in hunc modũ facienda eſt. Subſcribatur numerus ſubtrahendus ei numero, à quo ſubducendus eſt, obſeruato limitum ordine, vti proximo dictum eſt capite, & ſub vtroq; protracta lineola, quæ relictum ex ſubtractione diſtingat numerum. Quibus abſolutis, auferantur in primis inferiores vnitates à ſuperioribus vnitatibus, poſtea denæ à denis, deinde centenæ à centenis, & reliqua ſubtrahendi numeri elemẽta à reliquis numeri ſuperioris elementis, quouſque ad vltimum ipſius numeri ſubtrahendi perueneris ordinẽ: ſubnotentúrq; infra lineolam ex ſingulis ſubtractionibus relicti numeri, qui ſemper erunt digiti. Vbi autem nihil ex ſubtractione relinquetur, ſubnotetur o: excepto loco vltimo, quem in vanum occuparet. Ars ſubtrahendi minorem nu merũ à maiori numero.

3 ¶Quoties porrò aliquod elementum ſubtrahẽdi numeri, fuerit maius ſuperiore (quod ſæpius accidit) aufer ipſum elementum à 10, & reſiduum iunge ipſi elemento ſuperiori, ac inde reſultantem ſubſcribe numerum, qui vnico ſemper exprimetur elemento: vel ipſum immediatè ſubſcribe reſiduum, ſi idem ſupernũ Documentum, cũ elementa inferiora, ſunt maiora ſuperiorib9.

elementum fuerit o. Ratione autem ipſius denæ (quæ virtualiter à læuo & proximo numeri ſuperioris elemẽto mutuata eſt) addenda erit vnitas elemẽto ſubtrahendi numeri læuorſum immediatè ſuccedẽti, & reſultans inde numerus à reſpondenti numeri ſuperioris elemẽto conſequenter auferẽdus, vel ipſa tantùm vnitas, ſi o ſequentem locum occupauerit, aut fuerit ipſius numeri ſubtrahẽdi locus poſtremus.

Subtractionis exẽplũ.

¶In exemplum eſto numerus 3 4 6 5 7, à quo 4 hunc oporteat auferre numerum 2 6 5 8 4. In primis igitur 4 dempta ex 7, relinquũt 3: quæ ſubnotantur. Deinde 8 ſubducta ex 10, relinquunt 2: quæ vnà cũ 5, efficiunt 7 ſubſcribenda. Iungitur itaque vnitas ſequenti quinnario ſubtrahendi numeri, fiunt 6. quę detracta à 6, nihil relinquunt: ideò ſubſcribitur o. Poſtea tolluntur 6, à 10, relinquuntur 4: quæ vnà cum ſuperiore quaternario, faciũt 8 ſubſcribenda. Tandem ſequenti binario iungitur vnitas, fiunt 3: quæ dempta à 3, nihil relinquunt, nihil ergo ſubſcribitur, cum limes ſit vltimus. Concludendum igitur, 2 6 5 8 4 ſubtracta à 3 4 6 5 7, relinquere hunc numerum 8 0 7 3.

Nu. à quo fit ſubtractio	3	4	6	5	7
Numerus ſutrahendus.	2	6	5	8	4
Lineola interpoſita.					
Numerus reſiduus.		8	0	7	3

In maiorem artis expreſſionem, ſuccedentia examinentur ſubtractionis exempla.

3	7	4	8	0	0	7	9	0	0	0	0
		8	5	4	7	5	0	0	4	7	9
3	6	6	2	5	3	2	8	9	5	2	1

¶ De *ipſorum integrorũ multiplicatione,* Cap. 4.

Multiplicationis diffinitio.

1 MVLTIPLICARE EST, DVObus oblatis numeris, ex altero toties ſumpto quot ſunt vnitates in reliquo, procreatum inuenire numerum. In ipſa ergo multiplicatione, duo proponuntur numeri: multiplicandus ſcilicet, qui pro vnitatũ alterius multitudine venit iterandus: & multiplicans, qui aliũ metitur numerum, & ſemper aduerbialiter exprimitur. Quanuis autem duo numeri ſeſe adinuicem multiplicantes, producant numeros inuicem æquales: faciliùs tamẽ maiorẽ numerum per minorem, q̃ è diuerſo multiplicamus.

Nu. multiplicandus. Multiplicans.

Quot modis fiat multiplicatio.

2 ¶ Multiplicantur autẽ numeri, aut digiti per digitum: aut articuli per digitum, vel articulum: aut deniq; compoſiti per digitum, articulum, aut compoſitum numerum. Digitorum itaq; multiplicatio, in promptu ſemper habenda eſt: ſi reliquas volueris perficere multiplicationes. Hæc autem digitorũ multiplicatio, tum vſu naturali, tum exercitio acquiritur: vtpote, quæ ſtatim nota, vel admodũ facilis eſt, potiſſimum vbi multiplicans 5 vel 6 non excedit vnitates. Quòd ſi digitus multiplicans 5, vel 6 ſuperauerit vnitates: in hunc modum

De mutua digitorum multiplicatione.

Regula vbi multiplicãs digitus maior eſt 5 vel 6 vnitatib⁹.

alleuiabis multiplicationem. Duc vnius differentiam à denario numero, in differentiam alterius: & productũ ſubſcribe. Deinde, ſubtrahe vnius differentiam ab altero: & relictũ numerum, in denarũ reponito ordinẽ, aut prioribus (ſi adfuerint) denis adiungas. Conſurget enim numerus ex ipſorum digitorũ multiplicatione procreatus. Vt ex ſubſcriptis exemplis, colligere haud difficilè potes.

8 ╳ 2	8 ╳ 2	9 ╳ 1	7 ╳ 3
7 ╳ 3	8 ╳ 2	8 ╳ 2	6 ╳ 4
5 6	6 4	7 2	4 2

Notãdum.

Poteris etiã præfatam digitorũ multiplicationem faciliorẽ reddere, vbi alter fuerit par: ſi per illius dimidiũ multiplicaueris reliquũ, & productũ duplaueris numerũ. Vt ſi proponantur 9 per 8 multiplicanda, duces 9 in 4, fient 36: quę bis ſumpta, conficiunt 72. Haud aliter facito de cæteris.

Aliã digitorum multiplicatio p propriã tabellam.

Sed conſulo, cũ laborioſam volueris effugere taliũ digitorũ multiplicationẽ, vt prę oculis habeas obiectam tabellam. In cuius alterutro lateralium

Tabella multiplicationis digitorum numerorum.									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

digitorum ordine,ſi multiplicandum accepe-ris digitum, in reliquo verò multiplicantem: offendes ad vtriuſq; concurſum,numerum ex ipſorum digitorũ multiplicatione productũ. Vtpote,ſi acceperis 8 in vertice,7 verò in or-dine læuo:ſeſe offerẽt ad cõmunem angulum 56,quæ ex ductu 8 in 7 procreantur.

3 ¶His præmiſſis,docendum eſt qualiter nume rus compoſitus vel articulus,per ipſum digitũ multiplicetur. Et in primis compoſitus. Sub-ſcribatur ergo digitus multiplicans, ſub pri-mo cõpoſiti & multiplicandi numeri elemẽto ſiue limite:vnà cum lineola,ſub vtroq; tranſ-uerſaliter interiecta. Deinde multiplicentur ſingula ipſius cõpoſiti numeri elementa, per ipſum digitum, ab vnitatibus exordiendo:& conſiderẽtur ſingulatim producti ex qualibet multiplicatione numeri,an videlicet fuerĩt di giti,articuli,aut ex digito & articulo compo-ſiti. Si primum acciderit:ſubſcribantur ipſi di-giti,ſub lineola tranſuerſali,& proprio limite. Si autẽ fuerint articuli : ſubſcribatur tziphra o,& ſeruetur articulus. Si demũ ex digito & articulo,ijdem producti componantur nume-ri: ſubſcripto digito, reſeruetur iterum arti-culus. Quot autem fuerint denæ, ipſum arti-culum alterutro duorum modorum reſerua-tum denominantes : tot adijciantur vnitates proximè ſequenti multiplicationi,aut in eodẽ proximè ſeqnenti reponantur limite, vbi tzi-phra eundẽ occupauerit limitẽ,vel ad vltimũ

Vt multi-plicãdus cõ poſitus nu. per digitũ.

multiplicādi numeri peruētū fuerit elemētū.
De ratione ſupradictę multiplicationis. Cùm enim vnuſquiſq; limes, decuplus ſit limitis dextrorſum immediatè precedentis: quotlibet decem vnitates dextri, per ſolam vnitatem in proximo limite verſus læuā (vt in additione) repręſentantur. Multiplicatio nanq;, additio quædam eſſe videtur: hoc ſolùm excepto, quoniam in additione inuicem addendi proponuntur numeri, in ipſa autem multiplicatione ſimul procreantur & adduntur.
Ex hac itaq; numeri compoſiti per digitum multiplicatione, omnem (etiam quantumuis difficilem) abſoluimus numerorum multiplicationem. Ea autem pendet ex prima ſecundi elementorum Euclidis. nam digitus multiplicans, eſt veluti quædam linea indiuiſa: compoſitus autem & multiplicandus numerus, inſtar lineæ in quotcunq; ſegmēta diuiſæ, vtpote in vnitates, denas, centenas, millenas, &c. Qui igitur ex ipſo digito, & quolibet ordine vel elemento multiplicandi procreantur numeri: æquales ſunt ei, qui ex eodem digito & toto multiplicando producitur numero.

Vnde pendeat ſupra dicta ratio multiplicandi.

Exemplū multiplicationis cōpoſiti numeri per digitū.

¶ Sit verbi gratia, hic numerus 25038, per 5 multiplicādus. Diſpoſitis (vt prædiximus) numeris, 8 in primis ducta in 5, faciunt articulū 40: ſubſcribitur ergo 0, & ſeruantur 4 articuli denæ. Deinde 3 in 5 ducta, efficiūt 15, quibus adduntur 4 reſeruatum denominantia articulum, conſurgunt 19: ſubſcribitur itaq; digitus 9, & reſeruatur articuli dena, In ſequenti ergo

limite, reponitur 1: cùm tziphra 0, ipſum occupet limitem. Poſtmodum 5 per 5 multiplicata, efficiunt 25: ſubſcribitur ergo digitus 5, & reſeruantur 2 ipſum denominãtia articulum. Tandem 2 in 5, faciunt 10, quibus adduntur 2, conſurgunt 12: quæ ſuis elementis & limitibus ſubnotãtur, ipſam denam in ſuccedentem traducendo limitem. Reſultabunt ergo ex ipſa multiplicatione, 125190.

	2	5	0	3	8
					5
1	2	5	1	9	0

4 ¶Si autem multiplicandus numerus fuerit articulus, cuius primi limites tziphris tantũ occupantur: vtcunq; alleuiabitur ipſa multiplicatio. Nam multiplicatis per ipſum digitũ reſiduis elemẽtis articuli numeri (à primo ſignificatiuo exordio ſumpto) vti nunc expreſſimus: æedem tziphræ dextrorſum veniunt anteponendæ. Vt ſi velles multiplicare 25000, per 7, potes multiplicare ſeorſum 25 per 7, producentur enim 175: quibus ſi antepoſueris 000 ipſius multiplicandi numeri, conſurgent tandem 175000. Tantus eſt numerus, ex præfata multiplicatione procreatus.

Multiplica. articuli per digitum.

Exemplũ.

5 ¶Ex his facilè colligitur multiplicatio compoſiti numeri per articulum, vel ipſius articuli per articulum: de articulo velim intelligas, vbi tziphræ ſolas primas occupant ſedes. Vtpote, ſi propoſitũ fuerit multiplicare 173, per 20: multiplicabis 173 per 2, fient 346, quibus antepones articuli tziphram 0, cõſurgent

Decõpoſit p articulũ vel ipſi9 articuli per articulum multiplicatione.

3460. Hinc patet eundem numerum 173, per 200 multiplicatum, conficere 34600. Item ſi numerus 1730, per eundem articulum 20 offeratur multiplicandus: duces in primis ſeorſum 173 per 2, fient rurſum 346, quibus geminas antepones tziphras, alteram quidem ex parte multiplicandi, alterã verò ex parte multiplicantis numeri: conſurgent 34600. Vel ſi eundem numerum 1730, per 200 ſupradicto modo multiplicaueris: producẽtur tãdẽ 346000. Haud alienũ habeto indicium, de quibuſcũqꝫ ſimilibus, ſimilitérqꝫ propoſitis numeris.

Multiplicatio numeri cõpoſiti per cõpoſitum.

6 ¶ RELIQVVM EST, oſtẽdere qualiter cõpoſitus per cõpoſitum numerũ multiplicetur: quæ multiplicatio omnium videtur eſſe difficillima. Hanc ergo multiplicationem, ex præmiſſa cõpoſiti numeri per digitum multiplicatione, haud difficilè colligere licet. Subſcripto nanqꝫ multiplicante ipſi multiplicando numero, pro ratione limitum, & elemẽtorum ordine, vnà cũ lineola in tranſuerſum de more poſita: ducantur ſingula ipſius multiplicandi numeri, in ſingula multiplicantis elementa, & ſinguli ſubſcribantur productorum numerorum ordines, veluti nuper demonſtrauimus. ſic tamen, vt quẽadmodum numerus ex vnitatũ multiplicatione procreatus, ab ipſis vnitatibus inchoatur: haud aliter qui ex denarũ multiplicatione producitur, ab ipſis denis initietur, & qui ex centenis à cẽtenis, & qui ex millenis à millenis, & ſic cõſequenter. Omnes

enim limitũ digiti, excepto primo, articulum repreſentant numerum: & articulum à denis expreſſum vnica præcedit tziphra o, articulũ verò à centenis denominatum duæ oo, & à millenis tres ooo, & ſic deinceps. Idem ergo fit, ac ſi per denarium, centenarium, aut millenarium, &c. propoſitus multiplicaretur numerus. Quoties tamen tziphra o, intermediũ aliquẽ numeri multiplicantis occupauerit limitem: illum ſola tziphra reſpondenter occupabis, & ad ſequentem (ſi occurrit) accedes multiplicationem. His autẽ productis numeris, ſubſcribes rurſum lineolam tranſuerſalem: ſub qua ipſius additionis officio, in vnum tandem veniunt coaceruandi numerum. Is enim erit, qui ex propoſita numerorum multiplicatione reſultat.

¶Obijciatur exẽpli cauſa hic numerus 5423, per hunc numerũ 1304 multiplicandus. Multiplicatis itaque ſingulis elementis ipſius numeri 5423, per 4 vnitates multiplicantis: producentur 21692. Et quoniam ſequentem numeri multiplicantis limitem, occupat o: ſubſcribitur reſpondenter o, quæ ſecundum producti numeri itidem occupet limitẽ. Deinde multiplicato eodem numero 5423 per 3, hoc eſt, tres centenas multiplicantis, fiunt 16269, à loco centenarum verſus læuam diſtribuenda: vtpote, quæ poteſtate hunc repreſentant numerũ 1626900. Tandem multiplicato præfato numero per 1, idem redit numerus 5423,

Exemplum multiplicationis cõpoſiti numeri per compoſitum.

à millenis læuorſum ſub-ſcribendus: nam poteſtate hunc repreſentat numerũ, 5423000. Subſcripta demũ lineola, hi omnes producti in vnũ coaceruentur numerum, quẽ

			5	4	2	3
			1	3	0	4
		2	1	6	9	2
1	6	2	6	9	.0	
5	4	2	3			
7	0	7	1	5	9	2

offendes eſſe 7071592. Tantus eſt igitur numerus, ex propoſita multiplicatione reſultans.

Alia multiplicationis exempla.

¶ Poteris in maiorem artis expreſſionem, duo ſuccedentia diſcurrere multiplicationis exempla. In quorum primo, 20507 per 4510 multiplicata, producunt 92486570. In ſecundo verò, hic numerus 93810, ex multiplicatione 354, per 265 generatur.

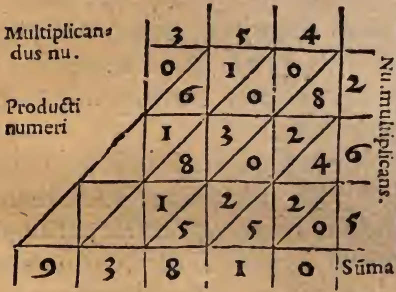
			2	0	5	0	7
				4	5	1	0
		2	0	5	0	7	.0
1	0	2	5	3	5		
8	2	0	2	8			
9	2	4	8	6	5	7	0

		3	5	4
		2	6	5
	1	7	7	0
2	1	2	4	
7	0	8		
9	3	8	1	0

Alius multiplicandi modus omnium facillimus.

¶ His addere iuuat, alium multiplicandi mo- 7
dum, quo nullus reſeruatur articulus: ijs qui laborant memoriæ labilitate, admodum gratũ. Parandus eſt in primis abacus (vt rem ipſam acu tangamus) lineis inuicẽ parallelis in quadrangula diſtinctus: vnoquoq; quadrangulo, per lineolas tranſuerſales diagonaliter ſubdiuiſo. Supraſcripto poſtmodum multiplicando

numero : ipſius multiplicantis elementa dex-trorſum, inſtar gnomonis, pro quadrangulorũ ordine diſtribuatur. Tãdem ſingula multiplicandi numeri, in ſingula multiplicantis elementa ducantur: & producti numeri, in communi locentur quadrangulo, digiti quidem infra diagonalem, articuli verò ſupra.



Componantur tandem ſingulorum numerorum ordines, ſub ipſis diagonalibus lineis tranſuerſaliter cõprehenſi, à dextro & omniũ infimo quadrangulo, exordio ſumpto. Reſultabit enim numerus, ex propoſita multiplicatione generatus. Vt ex obiecto, & de induſtria repetito, cõſpicere licet exemplo: In quo numerus 354, per 265 multiplicatus, producit rurſum 93810.

De diuiſione prædictorũ integrorum, Cap. 5.

1 DIVIDERE EST, OBLATIS duobus numeris inæqualibus, maiorem ipſi minori æqualiter diſtribuere: vel ipſum minorem numerum, à maiori quoties fieri poteſt artificialiter auferre: diuiſio enim, ſubtractio Diuiſionis diffinitio.

quædam eſſe videtur Diuidere nanq; numerū æqualem per æqualem, vanum: & minorē per maiorem, eſt impoſſibile. Maior itaque nume*rus, diuidendus: minor verò, diuiſor appella*tur. qui autem ex diuiſione procreatur, quotus non iniuria dicitur: oſtendit enim quoties diuiſor in ipſo diuidendo contineatur numero, ſi*ue quotam partem maioris vnicuiq; ſingulari minoris competentem.

[...]u. diuidē [...]us. [...]iui[...]r. [...]u.

ſmariū [...]iuiſionis [...]tificiū.

Generalis itaque & omnium fidiſſimus diui*dendi modus eſt talis, vt ſequitur. Subſcriban*tur ipſi diuidendo numero ęquidiſtātes lineo*læ, & ſub illis verſus læuam diuiſor collocetur numerus: ſic videlicet, vt illius vltimum ele*mentum, vltimo ipſius diuidēdi læuorſum re*ſpondeat elemento, & reliqua reliquis ſuo or*dine. ni forſitan numerus ipſi diuiſori reſpondens (qui eſt pars diuidendi) ſeorſum conſide*ratus, eodem numero diuiſore minor offendatur: tunc enim vltimū ipſius diuiſoris elemen*tum, ſub penultimo diuidendi locandū eſt elemento. Quibus paratis, cōſideretur quoties di*uiſor in ſuprapoſito contineatur numero (nul*la eorum elementorū habita ratione, quæ pri*mum diuiſoris antecedunt elementum) quod per vltimi elementi diuiſoris numeri, cum nu*mero vel elemento ſuprapoſito, & reliquorū elementorum cum eo qui ſubinde relinquetur numero diligentem comparationē, vel facilè dignoſcetur. Is porrò numerus quotus (qui ſemper erit digitus, & ad ſummum 9) inter 2

æquidiſtantes lineolas, ſuper primum diuiſoris elementum collocetur. deinde per ſingula diuiſoris elementa multiplicetur: & productus ex qualibet multiplicatione numerus, à ſupra reſpondēti ſubtrahatur numero, reſiduo (ſi adfuerit) debitè ſupranotato, deletis priùs elementis, à quibus ſubtractio facta eſt. Hoc primo diſcurſu peracto, renouetur diuiſor, proximè relictũ diuidendi præoccupando limitẽ: & diſcurſus priori ſimilis iteretur. ídq; toties continuetur, quatenus primum diuiſoris elementum, primo diuidendi numeri reſpondeat elemento. At ſi contingat ipſum diuiſorẽ, maiorem forſitan eſſe reſpondenti à primo eius elemento verſus læuã numero: ſubſcribatur o, loco ipſius quoti digiti, & diuiſor ipſe (priore cancellato) velut antea renouetur. Quòd ſi operatione finita, aliquid ex diuiſione relinquatur: id operepretiũ eſt eſſe minus diuiſore, & ab illo ſub interiecta lineola poſito denominari. Ex his ſequitur diuiſionẽ tanto faciliorẽ eſſe, quanto diuiſor paucioribus exprimetur elemẽtis ſignificatiuis, aut ſiniſtra elementa ſignificatiua dextris habuerit maiora: tũc enim digitus quotus faciliùs elicitur. De reſiduo numero. Notãdum.

3 ¶ Proponatur, exempli, gratia hic numerus 12960, per 32 diuidẽdus. Subſcriptis itaq; parallelis, cũ duo ipſius diuiſoris elemẽta maiorẽ efficiant numerũ, q̃ duo vltima numeri diuidendi: collocandus eſt diuiſor ſub 29, cui ſupra reſpondebunt 129. Et quoniam 3 in 12, Diuiſionis exemplũ.

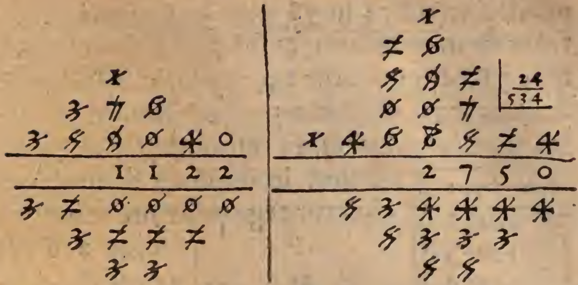
atq; 2 in 9 quater inueniuntur: euidens eſt diuiſorem ſub ipſis 129 quater contineri. Scribãtur ergo 4 ſupra 2, pro priùs inuento numeri quoti digito. Poſtmodum auferantur ter 4 à 12, nihil relinquetur: deleantur ergo 12. Auferantur cõſequenter bis 4, hoc eſt 8, à 9, relinquetur vnitas: quæ ſupra 9 priùs deletis annotetur. Renouato poſtea diuiſore per vnicum limitem verſus dextram, illi reſpondebunt tãtũmodò 16: ſcribatur ergo 0 loco digiti quoti, & renouetur iterum diuiſor. Quo facto, illi reſpondebunt 160. Et quoniam 3 in 16 quinquies, & 2 in relicto numero (qui erit 10) quinquies itidẽ reperiuntur: patet illico diuiſorem quinquies in 160 contineri. Scribãtur ergo 5 inter parallelas. & tollantur ter 5, vtpote 15, ab eiſdem 16: relinquetur 1. Auferantur deinde bis 5 à relictis 10, nihil tandem relinquetur.

		1	1	
1	2	9	6	0
		4	0	5
	3	2	2	2
		3	3	

Cancellatis igitur diuidendi numeri relictis elementis, colligentur pro quoto & optato numero 405, oſtendẽtia diuiſorem ipſum 32, quinquies & cẽties quater in propoſito numero diuidendo contineri.

Alia diuiſionis exẽpla.

Contemplentur in maiorẽ ſingulorum euidentiam, duo ſequentia diuiſionis exempla. In quorum primo 359040, diuiſa per 320, producunt 1122: In ſecũdo autẽ exẽplo, 2750, ex diuiſione 1468524, per 534 procreantur, relictis ex diuiſione 24, quæ $\frac{24}{534}$ dicẽda ſunt, & breuiùs per $\frac{12}{267}$ repræſentãtur.



4 ❡Alium porrò diuidendi modum, tibi demū̄ excogitauimus: quo laborioſas (dum occurrerint) faciliores reddere poteris numerorum diuiſiones. Scribantur ergo ſeorſum nouem elementa ſignificatiua, ab 1 in 9 deſcendendo diſtributa. Deinde ad læuam vnitatis regionem, diuiſor ipſe collocetur. hic poſtea dupletur: & productus numerus, ſubſcribatur è regione binarij. Cui duplato numero, ipſe diuiſor addatur: & inde conſurgēs numerus, è regione ternarij conſtituatur. Huic rurſum numero, idem adijciatur diuiſor: & qui reſultabit, è læua regione quaternarij collocetur. Et ſic deinceps, donec ad nouenariū peruētum ſit elemētum. Vt de numero 54, ex ſequenti formula exemplum capere vel facilè potes: cuius adminiculo, datus quiuis numerus, per ipſum numerū 54 promptiſſimè diuidi poterit.

Fa expe diuidendi modus.

❡Eſto in exemplum datus numerus 78418, per ipſum numerū 54 diuidendus. Subſcriptis igitur 54, ipſis 78 vltimis numeri diuidendi elementis: notetur 1 ſuper 4, inter lineas

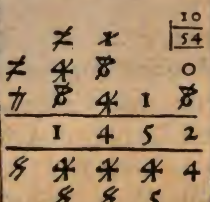
Exemplū diuiſionis per ſecūd modum.

parallelas(nã 54 in 78 ſemel contineri,prima frõte fit manifeſtum)& ſubductis ſemel 54 ab ipſis 78,relinquentur 24,quę ſupra notētur,& deleantur 78. Poſtea renouetur diuiſor (priore cancellato) cui ſupra reſpondebũt 244,quæ nõ ſunt in diuiſoris formula:accipiatur ergo proximè minor numerus 216, & 4 è regiõe dextra pro quoto digito inter lineolas collocãdo. Et detractis 216, à 244,

Diuiſor 54	1
108	2
162	3
216	4
270	5
324	6
378	7
432	8
486	9

Nu. ex continua diuiſoris additione producti.

Digiti pro quoto numero ſumendi



relinquentur 28: quibus ſupra notatis,& deletis 244,renouetur iterum ſolito more diuiſor. Cui reſpondebunt 281, quæ non ſunt in ipſa diuiſoris formula: accipiatur ergo proximè minor numerus 270,& ad dextrã illius 5, pro quoto digito. Subtractis autem 270 ab ipſis 281,relinquentur 11:deleantur ergo 28,& notetur 1 ſuper 8. Tandem conſtituto diuiſore ſub reſiduis 118, accipiatur exprçfata formula proximè minor numerus, vtpote 108, & 2 ad dextrã pro quoto digito: quo notato,ſubtrahantur 108 ab ipſis 118, relinquentur 10, quæ poſita ſuper 54 efficient $\frac{10}{54}$. Concludẽdũ igitur,78418,diuiſa per 54,procreare 1452,relictis.$\frac{10}{54}$.Haud aliter facito,de cęteris quibuſcunque numerorum diuiſionibus.

De eorundem integrorũ reductione. Cap. 6.

1 REDVCERE EST, NVMERVM potentia groſſiorem, in ſubtilio-rem, aut è diuerſo reuocare. Groſ-ſiores potẽtia dicũtur numeri, qui extrinſecam denominationem ſortiti ſunt maiorem: Subtiliores verò, qui mino-rem. Vt in monetis, franci dicuntur maiores duodenis: & duodeni, turonis itidẽ maiores. Idẽ habeto iudiciũ, de quibuſcũq; ſimilibus. Reductionis diffinitio.

2 Fit autem reductio numeri potentia groſſioris in ſubtiliorem, per multiplicationem: in hunc qui ſequitur modum. Conſideretur quot ſingularia ſubtilioris contineat vnum ſingulare groſſioris, & per numerum quotum reducendus multiplicetur numerus: producetur enim numerus groſſioris, in ſubtiliorẽ reuocatus. Vt in monetis (verbi gratia) ſi proponãtur 150 franci, in duodenos reducendi, multiplicentur 150 per 20, producentur 3000: tantus eſt francorum in duodenos reductus numerus. Quòd ſi eoſdẽ 3000 duodenos, reducere iuuet ad turonos, multiplicẽtur 3000 per 12: reſultabunt 36000 turoni. Francus enim, continet 20 duodenos: & vnus duodenus, turonos 12. Horum exemplorum, ſubſcriptas libet addere formulas. Reductio groſſiorũ in ſubtiliora. Exemplũ.

Franci reducẽdi.	150	Duodeni reducendi.	3000
Duodeni 1. franci.	20	Turoni 1. duodeni.	12
Duodeni reducti.	3000	Turoni reducti.	36000

Ruductio ſubtiliorū in groſſiora. ℂRuductio verò numeri ſubtilioris, in numerum potentia groſſiorem: officio diuiſionis ſic abſoluitur. prescrutādū eſt in primis, quot ſingularia ſubtilioris cōficiant vnū ſingulare groſſioris numeri. Nam ſi per quotum numerum, ſubtilior & reducēdus partiatur numerus: procreabitur numerus, ex ipſa diuiſione proueniens. Exēplū. Vt ſi præfatos 36000 turonos, vertere libuerit in duodenos, diuidēdi ſunt ipſi 36000 turoni per 12: prodibunt 3000 duodeni. Quos ſi expediat ad francos reuocare, diuidendus eſt idem numerus 3000 per 20: prouenient enim franci 150. Quoniam 12 turoni, efficiunt 1 duodenum: & 20 duodeni, 1 francū. Sequuntur præductorū exemplorum formulæ. 3

			1
Turoni reducēdi.	3 6 0 0 0	Duodeni reducēdi.	3 0 0 0
Duodeni reducti.	3 0 0 0	Franci reducti.	1 5 0
Turoni 1. duodeni.	1 2 2 2 2	Duodeni 1. franci.	2 0 0 0
	1 1 1		2 2

De reſiduo poſt diuiſionem. ℂPorrò ſi aliquid ex ipſa diuiſione (vt plerūq; fit) relinquatur: id à reducendo, aut diuiſore denominandum eſt numero. Vtpote, ſi 345 duodenos, ad francos reducere fuerit operæpretium: abſoluta diuiſione 345 per 20, fient pro quoto numero 17 franci, relictis 5 duodenis, qui vnius franci $\frac{5}{20}$ conficere videntur. 4

	1
Duodeni.	3 4 5
Franci.	1 7
	2 0 0
	2

Notandū. ℂReductio itaq; numerorū ſpecie plurimū inuicem diſtantiū, per continuatā intermediorū 5

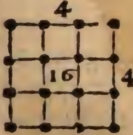
& proximè ſuccedentium numerorum reductionem abſoluēda eſt. Commodiùs enim reducũtur franci ad duodenos, & duodeni poſtmodum ad turonos : quàm franci immediatè ad turonos, aut è diuerſo. Quod autem hic de monetis in exemplum reuocauimus : de ponderibus, menſuris, atq; ſimilium rerum, vel magnitudinum inuicem reducibilibus partibus, reſpondenter & cenſendum & operandũ eſſe velim intelligas. Sed hæc ſatis.

De inuentione quadratæ radicis in numeris integris, Cap. 7.

I QVADRATVS NVMERVS eſt, qui ex ductu alicuius numeri in ſeipſum producitur : ad ſimilitudinē quadrati geometrici, quod per motũ lineæ rectæ iuxta propriam longitudinē abſtractiuè figuratur. Radix verò quadrata, ſiue latus quadrati numeri, eſt numerus per ſuiipſius multiplicationem quadratum efficiens numerum. Vt obiecta numeri 16, videtur exprimere figura: cuius latus quodlibet, ſiue radix eſt 4, area verò 16 vnitatibus contexta. Quadratam igitur radicem dati extrahere numeri, eſt numerum artificialiter inuenire, qui in ſeipſum ductus præfatum reſtituat numerum, ſi fuerit quadratus: vel quàm maximũ poterit quadratum, in eodē numero contētum. Omnis

Quadrati numeri diffinitio.

Radix quadrata.



Quid inuenire radicē quadratã.

itaq; numerus, alicuius numeri quadrata videtur eſſe radix:tametſi non omnes numeri,ſint quadrati. Ducere igitur numerum in ſeipſum, & quadratè multiplicare,idem ſunt. Sicut tandem omnis figura rectilinea, in quadratũ reſoluitur:ſic omnem numerum, per extractionem radicis, in quadratum vertere nituntur Arithmetici. Inuenitur autem radix quadrata alicuius numeri, per viam diuiſionis: hoc excepto, quoniam in diuiſione diuiſor ipſe cum diuidẽdo proponitur numero, hic verò & diuiſor & quota radix ſimul inueſtigantur.

Quadratè multiplicare.

Ars inueniendi quadratã oblati numeri radicem.

¶Vt igitur inuentionis quadratæ radicis artificium,clariùs intelligi poſſit:artem ipſam,cũ exemplo ſimul diſcurrere eſt operæpretium. 2

Sit igitur (vt ad rem ipſam deueniamus) datus hic numerus 5308416, cuius quadratam oporteat inuenire radicem. Huius itaque numeri bina elementa,intercidentibus lineolis, à dextris ſiniſtrorſum progrediendo ſeparentur:nec curandũ eſt, an læua & vltima diſtinctio,vnicum,vel duo comprehendat elementa. Duæ poſtmodum (vt in diuiſione) ſubſcribantur parallelæ, futurã radicem, vt quotum in ipſa diuiſione contenturæ. Erunt igitur tot radicis elementa,ſiue limites,quot in ipſo numero dato acciderint diſtinctiones.

Primæ radicis diſcurſus.

Et quoniã numerus vnico vel duobus elemẽtis expreſſus,radicem habet vnius duntaxat elemẽti, & ex læua & vltima diſtinctione 5 ſolummodò relinquuntur,quæ nõ faciunt quadratũ

numerũ: accipiendus eſt igitur numerus quadratus proximè minor, vtpote 4, cuius radix eſt 2, ſcribenda ſub 5 intra parallelas. Et ſubtractis 4 ab ipſis 5, reliqua ſupra notetur vnitas. Dupletur tandẽ ipſe radicis digitus, fient 4: quę infra parallelas, ſub 3, hoc eſt, immediatè præcedenti limite collocentur. Hoc igitur modo, primus radicis digitus, ex ſola nouem digitorũ in ſeſe facta multiplicatione dignoſcitur: quam in expeditiorem omnium inuentionem, obiecta perſtrinximus tabella. Cõtinet enim ipſa tabella ſingulos numeros quadratos, ex nouem digitis quadratè multiplicatis reſultantes: qui cæteris etiam radicis poterunt inſeruire digitis.

1
~~5~~ | 3 0 | 8 4 | 1 6
2
 4

	Digiti.	Quadrati.
Semel	1	1
Bis	2	4
Ter	3	9
Quater	4	16
Quinquies	5	25
Sexies	6	36
Septies	7	49
Octies	8	64
Nonies	9	81

¶Secundus autem radicalis digitus, in hũc modum conſequenter inueniendus eſt. Diuidantur 13, quæ duplato reſpondent numero, per ipſum duplatũ, vtpote per 4, prouenient 3: quę ducta in ipſa 4, faciunt 12, quibus ſi addatur quadratum ipſorum 3, vtpote 9, conſurgent 129, quæ poſſunt auferri à 130. Scribãtur

Secundus radicis di- ſcurſus.

ergo 3 intra parallelas ſub 0, hoc eſt, dextro elemento proximis lineolis comprehenſo. Et ducantur 3 in 4, fient 12: quæ tollantur à ſupra reſpondentibus 13, relinquetur vnitas, notanda ſuper 3, deletis eiſdem 13. Poſtea ducãtur 3 radicis in ſeſe, fient 9: quæ tollãtur à 10, relinquetur iterũ vnitas, quæ notetur ſuper 0, ipſis 10 priùs deletis. Duplentur tandẽ 23 inuenta radicis elementa, fient 46: quæ ſub 18, ab immediatè præcedenti limite verſus læuã, infra parallelas (deleto priori duplato) veniunt annotanda, vt hęc oſtendit formula.

1		1	1				
5	| 3	0	| 8	4	| 1	6	
2		3					
	4	4	6				

Tertius radicis diſcurſus notandus.

¶Et quoniam ſuper ipſa 46, reſpondent tantũ 18, quæ per eadem 46 diuidi non poſſunt: idcirco habundaret vnitas, pro tertio radicis digito. Scribenda eſt igitur 0, intra parallelas, ſub 4, loco digiti radicalis, quæ ipſum radicis occupet limitem (Id autem toties obſeruetur, quoties duplatus numerus maior fuerit ſuprapoſito) Deletis poſtmodum ipſis 46, duplentur rurſum 230, hoc eſt, inuẽta radicis elementa, cõſurgent 460: quæ infra parallelas de more collocentur, 0 quidem ſub 1, & reliqua ſuo verſus læuam ordine: vt præſens habet numerorum formula.

1		1	1				
5	| 3	0	| 8	4	| 1	6	
2		3		0			
	4	4	0	6	0		
		4					

Quartus radicis diſcurſus.

Ad quarti demum & vltimi digiti radicalis inuentionẽ accedendo, diuidatur numerus 1841, ſupra 460 duplatũ occurrens numerum, per ipſa 460, fient pro quoto numero 4: quæ ducta in 460 efficiunt 1840, vnde relinquetur vnitas, quæ vnà cum 6 faciet 16, à quibus quadratũ ipſorum 4 poterit auferri (ſi autem non poſſet auferri, accipiendus eſſet digitus vnitate minor) Scribantur ergo 4 ſub 6, intra parallelas. Poſtea ducãtur ipſa 4, in 4 numeri duplati, fient 16: quæ tollantur à 18, relinquentur 2 notanda ſuper 8, deletis priùs eiſdem 18. Ducantur rurſum eadẽ 4 in 6, fient 24: hæc ſubducta à ſupra reſpondentibus 24, nihil relinquunt. deleantur ergo 24: & ducantur tandem 4 radicis in ſeſe, fient 16, ſubducenda à reliquis 16, & nihil demum relinquetur. Vnde præaſſumptus numerus 5308416, eſt quadratus: & eius latus, ſiue quadrata radix 2304.

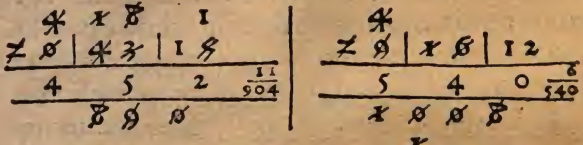
1 1 1 7
5 3 0 8 4 1 6
2 3 0 4
4 4 0 0 0
4

Notandum pro numeris nõ quadratis.

3 Quòd ſi forſitan (vt frequẽtiùs accidit) aliquis tandem relinquatur numerus: oblatus in primis numerus non erit quadratus, tantóque magis à quadrato diſtabit, quãto reſiduum ipſum fuerit maius. Debet autẽ idẽ reſiduum, ſi parẽ fecerit numerũ, à duplata radice (inſtar fractionis) denominari, vel ipſius dimidium ab ipſa radice, vbi parem fecerit numerum: &

integrę radici tandē ſuperaddi. Hoc enim modo collecta radix, ſatis erit propinqua veritati. Velut ex ſubſcriptis elicere poteris exemplis, in maiorem eorum quæ diximus elucidationem adiunctis. In quorum primo, numeri 204315, radix integra eſt 452: relictis 11, quæ $\frac{11}{904}$ dicenda ſunt, bis enim 452, efficiunt 904. In ſecundo autem exemplo, numeri 291612 quadrata radix, eſt 540: relictis 12, quorum dimidium (vtpote 6) poſitum ſupra radicem, facit $\frac{6}{540}$, quæ breuius per $\frac{3}{270}$ repręſentantur. Nunquam tamē, in nō quadratis numeris, veram habebis radicem: & data quantūuis præciſa, ſemper tamen pręciſior dabitur, vt ex ſequentibus depręhendere vel facilè licebit.

Alia extractionis quadratæ radicis exempla.



Notandū.

Procedimus autem in quadratarū radicum inuentione, per binas elementorum dati numeri ſeparationes, & duplationes inuentorū digitorū ipſius radicis: quoniam ad procreationem numeri quadrati, duo ſimiles & æquales concurrunt numeri, ex quorū multiplicatione idem quadratus fit numerus. Radix enim quadrata in ſeipſam ducta, binos tales videtur repræſentare numeros: quaſi bis ſumpta, altera per alteram multiplicetur.

4 ¶ALIVM LIBET ADIVNGERE MOdum inueniendarum non quadratorum numerorum radicum, longè quidem præciſiorẽ cæteris: ídq; per fractiones ſexagenarias (de quibus libro tertio) Mathematicis familiares. Dato itaq; numero, cuius radix quadrata vtcunq; præciſa deſyderetur, antepone dextrorſum quotquot volueris tziphrarum binarios, vtpote, 00, aut 0000, vel 000000. Reſultantis inde numeri, quadratam (vti nuper docuimus) extrahe radicem, neglecto ſi abundauerit reſiduo. Tolle poſtmodũ ab ipſa radice tot elementa dextra, quotus eſt dimidius antepoſitarum tziphrarum numerus: & reliqua verſus læuam occurrẽtia, pro integra ſeruato radice. Detracta conſequenter elementa, multiplica per 60: & à producto numero, tolle rurſum tot elementa dextra, quot ſunt adiunctarum tziphrarũ binarij: occurrentem autem ad læuam numerum, reponito in primorum minutorum ordinem. Ipſa rurſum elementa ſubtracta, duc in 60, & à producto numero, aufer tot quot priùs elementa dextra: & relictũ ad læuam numerum, fac ſecundã eiuſdem integræ radicis fractionem, ab ipſis ſecundis denominatam. Id autem toties cõtinuetur, quouſque ſolæ detrahantur tziphræ. Hoc enim modo, radicem integram, vnà cum minutis & ſecundis, vel vltra (ſi libuerit) ſatis præciſam obtinebis. Quot igitur tziphrarum antepoſueris binarios, tot habebis fractionum genera: &

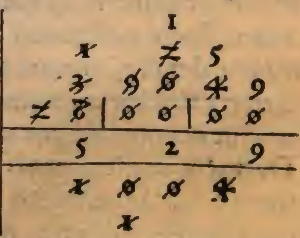
Radices nõ quadratorum numerorũ, præciſiores inuenire.

Notãdum

proinde tanto præciſiorem radicem. Item ſi læuum ſubductorum elementorum fuerit tziphra, illud erit abijciendum: ſed prima fractio tunc erit ſecundorum, abſq; minutis.

Exépl[i] ſecundi [mo]di inuen[di]darum [ra]dicum [qu]adratarum.

¶Eſto propoſitum, inuenire quadratam radicem numeri 28. huic anteponantur in exemplum quatuor tziphræ: cõſurget hic numerus 280000. Cuius radix, per antecedentem doctrinam, eſt 529, relictis 159 minimè curãdis: vt ſubiecta habet formula. Tollantur ergo 29 (nã duo tziphrarum binarij antepoſiti ſũt) relinquẽtur 5, pro integra radice. Ducantur poſtmodum 29 in 60, fient 1740: tollantur rurſum 40, & ipſa 17 reponantur in minutorum ordinem.



Multiplicentur conſequenter 40 per 60, producentur 2400: auferantur 00, relinquentur 24, quæ ſecunda dicentur. Et quoniã vltimò detracta elementa ſunt 00, non eſt vltra progrediendũ. Radix ergo quadrata numeri 28, eſt 5 integrorum, vnà cum 17 minutis integri, & 24 ſecundis vnius minuti.

[N]otãdum.

Poterunt (ſi volueris) ipſa 29, in denariã fractionis rationem immediatè reuocari: ſic vt 2 ſignificent $\frac{2}{10}$ vnius integri, & ipſa 9 vnius decimæ $\frac{9}{10}$, quæ ferè $\frac{3}{10}$ conficiunt, qualem fractionem haberes per primum extrahendi modum.

De Cubicæ radicis inuentione, Cap. 8.

1 CVBVM SOLEMVS APPELlare numerum, qui ex ductu alicuius numeri in ſeipſum, & rurſum in productũ generatur. Radix porrò cubica, ſiue latus cubicum, eſt ipſe numerus ſupradicto modo multiplicatus, cubum efficiens numerum. Cubicè ergo multiplicare, eſt datum numerum in ſeipſum, & rurſum in productũ ducere. Et proinde cubicã extrahere radicẽ, eſt numerũ artificialiter colligere: qui ductus in ſe cubicè, datum efficiat numerũ, ſi fuerit cubus, vel maximũ cubũ in ipſo numero dato cõprehẽſum. Imaginatur ergo numerus cubus, inſtar corporis Geometrici ſex quadratis ſuperficiebus terminati, ſolidus: qualem obiecta ipſius octonarij & cubi numeri videtur repręſentare figura, cuius latus ſiue radix cubica eſt 2.

Nu. cubus

Radix cubica.

Cubicè multiplicare.

cubicã extrahere radicẽ quid

Exemplum numeri cubi.



2 ℂVt igitur ad cubicæ radicis inuentionem paucis accedamus: adnimaduertendum eſt in primis, ad cubi numeri procreationem, tres ſimiles & inuicem æquales concurrere numeros. quorum primus ductus in ſecundum, facit quadratum: qui tandem per tertium multiplicatus numerum, reſtituit cubũ. quos quidem numeros, radix ipſa cubica ter ſumpta repræſentat. Quæcunque igitur per binarium,

Summaria cubicarum radicũ ad inuentio.

& vnicam multiplicationem in quadratis abſoluimus numeris:per ternarium,& geminam ſiue cubicam multiplicandi rationem,in cubis reſpondenter venit obſeruandum. Inuentio itaq; radicis cubicæ , haud multum diſſimilis eſt ei,quam de quadratis nuper tradidimus numeris: hoc in primis excepto. Quoniam dati numeri elemēta,à primo verſus læuam intercidentibus lineolis trina ſeparantur: & ſub dextro cuiuſlibet ordinis elemento, radicales conſtituuntur digiti , qui tot ſemper erunt, quot & ipſorum elementorum diſtinctiones. Inuentus autem & ſub vltimo elementorum ordine conſtitutus primus radicis digitus,cubicè multiplicatur: & ſubtracto illius cubo à ſuperiori numero, ipſe digitus triplatur, productíq; numeri primũ elementum,ſub medio proximi ordinis elemento, infra lineas æquidiſtantes collocatur,cæteris læuorſum ordine diſtributis. Secundus deinde radicis digitus, vnà cum priùs inuēto in triplatum ducitur numerum:& productus inde numerus,per ipſum digitũ(quod nō fit in quadratis) rurſum multiplicatur.Facta poſtmodum producti ſubtractione , à numero ſupra triplatum poſito : is tandem digitus cubicè multiplicatur,& reſultans cubus à reſiduo tollitur numero. Ambo demum reperti digiti triplantur:& conſurgentis numeri primũ elementum, ſub medio rurſum proximi ordinis elemēto, infra lineas parallelas conſtituitur,cæteris verſus læuã ſuum

obſeruantibus ordinẽ. Idẽ conſequẽter de tertio digito cũ duobus primis, quod de ſecũdo cũ ipſo primo faciendũ iuſſimus, venit reſpõdenter obſeruandum: atque toties continuandum, quatenus ad primum oblati numeri peruentum fuerit elementum.

Expedita digitorum radicalium adinuẽtio.

3 ¶ Tota ergo difficultas artis, ex ipſa radicalium digitorum inuentione pendere videtur. Primum itaq; digitum, & ex ſingulis digitis in ſeſe cubicè multiplicatis procreatos numeros, ex hac potes elicere tabella: ſumpto ad læuam digito, & ad dextram eius cubo. Reliquos autẽ digitos ab ipſo primo, hoc examinabis artificio. Decupla iã inuentum radicis numerum, ſolam anteponendo tziphram: & inde reſultantem numerum duc in triplatum, & per productum diuide numerũ ipſi triplato ſuperpoſitũ. Quotus enim ex diuiſione procreatus digitus, erit pro radicali ſumendus: dum modò à reſiduo, & vnà cum dextro elemento conſurgẽte numero, cubus ipſius digiti ſubtrahi poſſit. Secus enim eueniente, digitus ipſe ſola vnitate vel ad ſummũ binario

	Digiti.		Cubi.
Semel	1	ſemel,	1
Bis	2	bis,	8
Ter	3	ter,	27
Quater	4	quater,	64
Quinquies	5	quinquies,	125
Sexies	6	ſexies,	216
Septies	7	ſepties,	343
Octies	8	octies,	512
Nonies.	9	nonies,	729

minorandus erit. Hinc patet, quoties numerus triplato ſuprapoſitus, per decuplum inuētę radicis numerum diuidi minimè poterit, tziphram o loco digiti radicalis eſſe notandam: atq; ipſam radicem, ex eadem o & priùs inuētis digitis reſultātem eſſe triplandam, & triplatum ipſum numerum ſub lineis parallelis ſupraſcripto modo diſtribuendum.

Exēplū extractionis cubicæ radicis.

¶Sit datus in exemplū numerus 40001688, 4 cuius radix cubica deſyderetur. Separatis igitur (vti nunc diximus) elemētis, & ſubſcriptis de more parallelis: offendentur in extremo ordine 40. Cubus autem maximus in eo contentus numero, eſt 27, cuius radix eſt 3. notentur ergo 3, ſub 40: & ab illis detrahātur 27, relinquētur 13. Quibus ſupranotatis: triplentur 3, fient 9, infra lineas, ſub medio proximi ordinis (ſcilicet 001) elemento, vt in hac vides formula, notāda.

```
 1 3
 4 0 | 0 0 1 | 6 8 8
 ------------------
   3
 ------------------
         9
```

Diſcurſus ſecundi radicalis digiti.

Poſtea, decuplentur 3, fient 30: quæ ducta in 9, efficiunt 270. Diuidantur ergo 1300, per 270: prodibunt 4, relicto ſatis copioſo numero. Scribantur ergo 4 ſub 1, & ducantur 34 in 9, fient 306: quæ rurſum multiplicata per 4, reddunt 1224. His detractis ex 1300, relinquentur 76: quæ notabis ſuper 00, deletis 13. Cubus autem ipſorum 4, eſt 64: quo ſubtracto ex reſiduo numero, ſcilicet 761, relinquentur 697, ſcribenda ſuper 761.

```
    6 9
 1 3 7 8 7
 4 0 | 0 0 1 | 6 8 8
 ---------------------
    3       4
 ---------------------
        9 1 0 2
```

Triplentur tādem 34, fient 102, infra parallelas, ſub 768 (vt hic vides) diſtribuēda: deleto priùs triplato numero. His abſolutis, decuplentur 34, fient 340: quæ ducta in 102, efficiunt 34680. diuidantur ergo *69768*, per 34680, prouenient 2: quæ locentur ſub primo totiùs numeri elemento, intra lineas parallelas. Ducantur poſtmodum 342, in 102, fient 34884: hæc rurſum per 2 multiplicentur, conſurgent *69768*. quæ dempta ex ſupra reſpondentibus *69768*, nihil relinquunt: deletis ergo *69768*, detrahatur cubus ipſius 2 (vtpote 8) à reliqs 8, nihil tandē relinquetur. Concludes igitur, prẹaſſumptū numerū 40001688 eſſe cubū: & cubicā illius radicē, 342.

Tertius radicis diſcurſus.

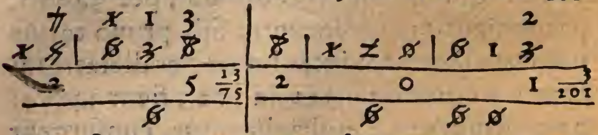
```
     8 9
 1 3 7 6 7
 4 0 | 0 0 1 | 6 8 8
 ---------------------
   3       4       2
 ---------------------
       9 1 0 2
```

5 ¶Cùm autem extracta radice, aliquis (vt ferè ſemper accidit) remanſerit numerus: is à triplata radice, vel tertia illius pars (aut tertiæ parti propinqua) ab ipſa radice denominetur. Quanto porrò idem reſiduū maius fuerit, tanto plus numerus datus diſtabit à cubo numero, ex integra radice procreato, & magis accedet ad proximè ſuccedētē cubicum. In exemplum horū reſiduorū, ſequentes numerorū libuit annectere formulas. In quarū prima,

Notandum de numeris nō cubis.

Alia inuentionis cubicæ radicis exempla.

numeri 15638 radix cubica eſt integrorũ 25: relictis 13, quæ $\frac{13}{75}$ dicenda ſunt, ter enim 25 efficiunt 75. In ſecunda porrò formula, numeri 8120613 cubica radix eſt 201: relictis 12, quorum tertia pars eſt 3, quibus ſubſcribenda eſt ipſa radix in hunc modum $\frac{3}{201}$. Radix ergo cubica primi numeri, eſt 25 & $\frac{13}{75}$: ipſius verò ſecũdi numeri cubica radix, 201 vnà ferè cũ $\frac{3}{201}$.



Non ſunt tamen veræ radices: nam in numeris minimè cubis (ſicut & in non quadratis numeris) nunquam dabilis eſt radix quantumuis propinqua veritati, quin liceat inuenire præciſiorẽ. Nec te prætereat, in naturali ſerie numerorum, ab 1 vſque ad 1000000, pro decem numeris quadratis vnicum occurrere cubum.

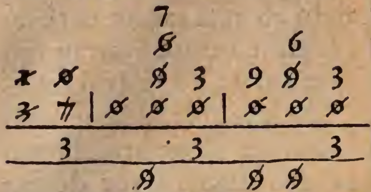
Ars inueniendi radices cubicas præciſiores.

¶IVVAT ET ALIVM TRADERE 6
modum, quo radix non cubi numeri, præciſa magis extrahitur: ídque rurſum per ſexagenarias Aſtronomorum fractiones, quæ vniuerſis rerum ſupputationibus indifferenter adcommodari poſſunt. Anteponantur igitur dato numero tot tziphrarũ ternarij, quot libuerit habere fractionũ differentias, præter radicẽ integram: vtpote 000, vel 000/000, aut 000/000/000, & ſic quantumlibet, ternario ſemper adiuncto thzipharum numero. Conſurgentis inde numeri cubica radix extrahatur, vti nunc

præcepimus: neglecto, ſi contigerit, reſiduo. Tollantur poſtmodum ab ipſa radice tot elemēta dextra, quot fuerint antepoſitarum tziphrarum ternarij: quæ autem ad læuam relinquentur elementa, pro integra radice ſumantur. Detracta conſequenter elementa, ducantur in 60: & à producto numero tot dextra ſubtrahantur elementa, quot dempta ſunt ab ipſa radice: relictus autem ad læuam numerus, in minutorum redigatur ordinem. Subtracta rurſum elementa dextra, per eundem numerum 60 multiplicentur: & à producto numero, tot quot priùs ſubducantur elementa dextra: numerus autem læuorſum derelictus, pro ſecundis accipiatur. Id'que deinceps cōtinuetur, quatenus detracta elementa ſint omnino tziphræ: quæ rurſum in vanum per ſexagenarium multiplicarentur numerū. Quanto plures igitur antepoſueris tziphrarum ternarios, tanto plures fractionum colligentur differentiæ: & radix proinde cubica tanto perciſior. Memineris tamē (vt in quadratis) ſi detractorum ab ipſa radice elementorum ſiniſtrū fuerit tziphra 0, illud eſſe reijciendum: túncque nulla radicis procreari minuta, ſed immediatè ſecunda. Notādum.

7 ¶Eſto propoſitum inuenire radicem cubicam numeri 37: huic (exempli gratia) duo præponantur tziphrarum ternarij, conſurgent 37000000. Quorū radix cubica, per antecedentem doctrinam adinuenta, eſt 333: relictis Exēplū ſecūdi modi extrahendarū cubicarum radicum.

73963,quæ nullo modo curanda ſunt. Tollan-



tur ergo duo prima elementa ſcilicet 33 (nam duo tziphrarũ antepoſiti ſunt ternarij) relinquẽtur ad læuã 3,pro radice integra. Ducantur poſtmodum 33 in 60, conſurgent 1980. à quibus duo prima ſimiliter detrahantur elementa,vtpote 80:nam relicta 19,erunt prima minuta,poſt integram radicem collocãda. Multiplicentur rurſum 80 per 60, produ-cẽtur 4800:ſublatis ergo duabus tziphris 00, ipſa 48 in ſecundorum redigantur ordinem. Et quoniam elementa detracta ſunt 00 , non eſt vltra procedẽdum. Radix ergo cubica numeri 37,compræhendit integra 3, minuta 19, ſecunda 48 , quæ ferè conficiunt vnum integri tertium.

¶ De progreſſione eorundem numerorum, Cap. 9.

Progreſſionis diffinitio.

PROGRESSIO EST, NVMErorum ſecundum æquales vnitatum differentias , aut proportionatas differẽtiarum rationes,ordinata ſucceſſio . Quæ per æquales progreditur vnitatum differentias , arithmetica dicitur: quæ autem differentiarũ proportiones obſeruat , geometrica progreſſio nuncupatur. Vtraque tamen ab vnitate , aut 1

Progreſſio duplex.

dato quouis numero quantūlibet progrediendo continuatur: nunquam enim dabitur maximus oblatæ progreſſionis numerus : cùm numeri progrediātur in infinitum. In primis igitur de arithmetica dicendum.

2 ¶Progreſſio quæ arithmetica dicitur, aut omnino inter pares, aut omnino inter impares, aut partim inter pares partim verò inter impares alternatim ſuccedētes offenditur numeros. Si à naturali numerorum ordine ab vnitate in infinitum progrediente, pares ſeparērat numeri: conſurget parium, & relinquetur imparium numerorum progreſſio prima, ex continuata binarij reſultans additione. Vt oſtendunt duo primi numerorum ordines, ſuccedētis deſcriptionis. Quòd ſi progreſſio à ſecūdo parium vel imparium exordiatur limite, vtpote à 3 aut 4, & ternario progrediatur vnitatum incremento: ea partim ex paribus, partim verò ex imparibus cōſtabit numeris. quemadmodū ex tertio & quarto præfatæ deſcriptionis depræhenditur ordinibus. Quæ ſi à tertio eorundem parium vel imparium limite fuerit initiata, ſcilicet à 5 vel 6, & quaternaria progrediatur vnitatum ſucceſſione: quę à pari exordietur numero paribus, quæ verò ab impari imparibus cōſtabitur numeris. Veluti quintus & ſextus ordo, eiuſdem deſcriptionis oſtēdunt. Progreſſio rurſum à quarto parium vel imparium procedēs limite, vtpote à 7 vel 8, & quinario vnitatum progreditur augmento:

De arithmetica progreſſione.

partim rurſum paribus, partim verò imparibus cõſtabit numeris. Quemadmodũ ſeptimus, & octauus ordo præfatæ deſcriptionis, apertè manifeſtant. Et ſic deinceps quãtũlibet: nunc parium, aut imparium numerorum, nunc verò parium & imparium ſimul alternatim iteratis progreſſionibus.

¶Tabula progreſſionum tam parium, vel imparium, quàm parium & imparium ſimul numerorum.

2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	Impares.
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	Pares.
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	Pares & impares.
	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	
4	5	9	13	17	21	25	29	33	37	41	45	Impares.
	6	10	14	18	22	26	30	34	38	42	46	Pares.
5	7	12	17	22	27	32	37	42	47	52	57	Pares & impares.
	8	13	18	23	28	33	38	43	48	53	58	
6	9	15	21	27	33	39	45	51	57	63	69	Impares.
	10	16	22	28	34	40	46	52	58	64	70	Pares.

Omnes autem ſupradictę & ſimiles quæcunque progreſſiones, continuæ vocitantur. Eſt enim progreſſio continua, in qua eadem vnitatum continuatur differentia. Progreſſio autem, quæ ſub duabus aut pluribus comprehẽditur differentijs, alternatim interculatis, diſcontinua dicitur. Cuiuſmodi ſunt omnes progreſſionum ordines ipſius antecedentis deſcriptionis, à quolibet verticalium & imparium numerorum dęſcendendo coaſſumpti.

Progreſſio continua.

Diſcõtinua

Exẽpli gratia, ordo initiatus à 3, & finitus in 16, nunc vnitatis, nunc verò binarij alternatim reſumpta ſucceſſione progreditur. Et ſic de cæteris.

3 ℭ Reliquum eſt, oſtendere qualiter numeri arithmetica ſucceſſione progredientes (præter traditum additionis artificium) in vnum componantur numerum. Multa enim abſconſa, & penè incredibilia (vt alibi oſtendemus) vtriuſq; progreſſionis diſſoluũtur adminiculo. Compone igitur extremos datæ cuiuſcunque progreſſionis arithmeticæ numeros. etſi parẽ efficiant numerum, per ipſius numeri dimidiũ multiplicentur ipſorum progreſſionalium numerorum ordines ſiue limites: conſurget enim eorundem numerorum ſumma. Si autem ex ipſa extremorũ additione, impar cõſurgat numerus, is in dimidiam limitũ ſeu progreſſionalium numerorũ ducatur multitudinem: reſultabit enim eorundem numerorũ, ſub data progreſſione contentorum ſumma. Accipiantur in primæ partis exemplum, antecedentis primæ progreſſionis ipſorum parium extermi numeri, ſcilicet 2 & 22. hi ſimul iuncti efficiunt 24 parem numerum, cuius dimidium eſt 12: progreſſionalium autem numerorum limites ſunt 11, quę ducta in 12 efficiunt 132. Tanta eſt progreſſionis ſumma. In ſecundæ verò partis exemplum, accipiatur ordo progreſſionis diſcontinuæ à ternario initiatus, & finiens in 16. Igitur cùm 16 & 3 efficiant imparem

Progreſſionis Arithmeticę regula notãda.

Exẽplũ. 1.

Exẽplũ. 2.

numerum,ſcilicet 19,& limitum multitudo ſit
10,quorum dimidium eſt 5 : ducenda ſunt 19
in 5,fient 95. Tãtum reddunt ipſi numeri di-
ſcontinuè progreſſionales ſimul iuncti.

De geometrica progreſſione.

¶Progreſſio autem geometrica,ex imparium 4
numerorum linea potiſſimùm colligitur.Duo
enim primi numeri,ſcilicet 1 & 3 , conficiunt
primum quadratum,vtpote 4: Tres verò pri-
mi numeri,videlicet 1,3,5,ſecundum quadra-
tum conſtituunt numerum,vtpote 9:Quatuor
autem primi numeri, vtpote 1,3,5,7,tertium
quadratum ſimul iuncti reſtituunt,nempe 16:
Et ſic deinceps , vno adiuncto numero , ſuc-
cedens quadratus numerus generatur. Præ-
terea ſecundus & tertius impar numerus, vt-
pote 3 & 5, conficiunt primum cubum, vide-
licet 8 : Tres verò ſequentes numeri, ſcilicet
7,9,11,ſecũdum efficiunt cubum, vtpote 27:
Quatuor deinde ſuccedentes numeri , videli-
cet 13,15, 17,19, tertium cubũ reſtituunt nu-
merum,vtpote 64.Et ſic deinceps,vno ſuper-
addito numero, ſuccedens cubus reſultat nu-
merus. Omnis porrò quadratus numerus , eſt
medius proportionalis inter radicem & ſuum
cubum: cuiuſmodi ſunt 8/4/2,27/9/3,64/16/
4,& ſic de cæteris.Adde ꝙ in omni progreſ-
ſione geometrica primus numerus poſt vnita-
tem eſt radix,ſequens quadratus,& ſuccedens
cubus.In maiorem omnium elucidationẽ,ſub-
ſcriptas numerorum libuit addere progreſſio-
nes: Quarum prima ſub ratione dupla,ſecũda

ſub tripla, tertia ſub quadrupla, quarta verò ſub ratione quintupla progreſſionem geometricam obſeruat.

Progreſſio	dupla	2	4	8	16	32	64	128
	tripla	3	9	27	81	243	729	2187
	quadrupla	4	16	64	256	1024	4096	16384
	quintupla	5	25	125	625	3125	15725	78625

Geometricæ progreſſionis regula.

Cùm volueris autē numeros geometrica progreſſione porportionatos, in vnum colligere numerum: ſic facito. Multiplica maiorē & extremum datæ progreſſionis numerum, per numerum à quo ratio ipſius progreſſionis ſiue proportio denominatur (vtpote per binarium ſi dupla, aut ternarium ſi tripla &c.) & à producto numero tolle alterum & minorē extremum numerum, reliquum tandem numerum diuide per numerum vnitate minorē eo numero, à quo præfata ratio progreſſionis denominatur: prodibit enim tandem datorum numerorum progreſſionalium ſumma. Sub dupla itaq; ratione proportionatis numeris, ſufficit maiorem extremū duplare numerū, & à producto auferre minorem: fruſtra enim reliquus per vnitatē diuideretur, quæ eſt dimidiū binarij, à quo dupla ratio denominatur. Sub tripla autē ratione progredičtibus numeris, idē extremus & maior numeris triplandus eſt: & detracto à ꝓducto minore numero, reliquus ꝑ 2 venit diuidēdus. Et ſi quadrupla fuerit ꝓgreſſionis ratio, præfatus numerus quadruplādus

eſt,& ſubducto primo numero,reliquus per 3 diuidendus. Et conſequenter ita de cæteris.

Exẽplum regulæ.

Exẽpli gratia,in prima ſupradictarũ progreſſionũ geometricarum, quæ ſub ratione dupla proportionatur,duplabis 128, fiẽt 256:à qbus auferes 2,relinquẽtur 254. Tãta eſt ipſorũ numerorum ſumma.Item in ſecunda progreſſione, quæ ſub ratione tripla proportionatur , ſi triplaueris 2187, cõſurgent 6561:à quibus tollẽda ſunt 3,& relinquẽtur 6558,quę diuiſa per 2,reſtituunt 3279.Tanta eſt igitur eorundem progreſſionalium numerorum ſumma. Haud alienum habeto iudicium de cæteris.

De vero ſupradictarum operationum examine, Cap. 10.

Qua ratione ſupradicta capita veniũt examinanda.

SI IVVET DEMVM ANTE- 1
cedẽtibus capitibꝰ traditas operationes examinare,& cõmiſſum forſitan errorem dignoſcere, id facies per mutuam reciprocã've contrariarum operationum ſubminiſtrationẽ: non autem(vt vulgares tradunt Arithmetici) per nouenariam vnitatũ ſubtractionem, quolibet elemento abſque ratione limitis ſeorſum cõſiderato : neq; per ſeptenariam, & binatim coniunctorum elemẽtorum earundem vnitatum(aut alio quouis modo factam)detractionem. Tales nanq; examinandi rationes , ſupponunt id quod quæritur , vtpote , ſingula fideliter abſoluta fuiſſe : quemadmodum ex

arithmeticis vnde pendent regulis, vel facilè colligere licet. Poſſunt autẽ ipſi numeri, per ipſius 0, vel 9, aut 7 ſuperfluam additionem, aut omiſſionem, tranſpoſitionémve, de induſtria vel ex errore cõmiſſam falſificari: & nihilominus eiuſcemodi probandi rationes, fideles (contra rei veritatem) viderentur promittere numeros. His ergo prætermiſſis, & curioſis magis q̃ veris numerorũ amatoribus de relictis probationibus: ad facillimas, omníq; erroris ſcrupulo carẽtes examinandi rationes fæliciter accedamus, & ſingula iuxta præcedentium capitum diſcurramus ordinem. Nouenariæ ac ſeptenariæ probationis reprobatio.

2 ❧ ADDITIO INPRIMIS. PER SVBtractionem ſic examinetur. Subtrahãtur à numerorum addendorum ſumma quotlibet addendi numeri, vnico dempto: cui ſi reſiduus æqualis fuerit numerus, bene additum eſt: ſecus eueniente, malè. Collectus enim ex ipſa additione numerus, addendos comprehendere debet numeros: & per ſubtractionẽ diſgregatus, ſingulos ordine reſtituere. Additionis examen.

3 ¶ SVBTRACTIO, verſa vice, per additionẽ examinanda eſt. Si enim addatur relictus ex ſubtractione numerus, ipſi numero ſubtrahendo: colligi debet numerus, à quo ſubtractio facta eſt. Quod ſi plus, aut minus ex additione reſultet: perperã ſubtractũ eſt. Numerus enim à quo facta eſt ſubtractio, & ſubtrahendum & reſiduum continet numerũ: is igitur conſurgere debet, ex additione reſidui cũ ſubtrahẽdo Vt probanda ſubtractio.

numero. Eorum autem quæ nunc diximus, ſubſcriptas accipe formulas.

Mutuæ ꝓbatiõis prædictarum operationũ exempla.

Additio.
3 7 5 2 1
1 8 9 2 4
5 6 4 4 5

Subtractio.
5 6 4 4 5
1 8 9 2 4
3 7 5 2 1

Multiplicationis examen.

¶MVLTIPLICATIO autem per diui- 4
ſionem reſpondẽter examinabitur. Cùm enim productus ex multiplicatione numerus, toties contineat numerũ multiplicandum, quot ſunt vnitates in ipſo multiplicante: neceſſum eſt, vt idem productus numerus per multiplicantem diuiſus, reſtituat præciſè multiplicãdum, ſi debitè multiplicatio fuerit abſoluta. Vbi autem quotus numerus, à multiplicando diſcrepauerit: iteranda venit ipſa multiplicatio.

Vt probanda diuiſio.

¶DIVISIO conſequenter, officio multipli- 5
cationis verſa vice probanda eſt. Nam ſi diuiſor per quotũ numerum, aut è diuerſo multiplicetur, & producto numero reſiduum (ſi adfuerit) addatur: conſurget præciſè diuidendus numerus. Quod ſi ſecus acciderit, diuiſio perperam facta eſt: & ideò rurſum diſcurrenda. Diuiſor enim à diuidẽdo toties detractus eſt numero, quot ſunt vnitates in ipſo numero quoto. Non poteſt itaq; diuiſio fideliùs, quàm per ipſam multiplicationem, & è diuerſo comprobari. Veluti ſuccedẽtia multiplicationis & diuiſionis confirmare videntur exempla: quorum alterum alterius eſt examen.

Multiplicatio.	Diuiſio.
2 0 7	1 2
2 3	4 7 6 1
6 2 1	2 0 7
4 1 4	2 3 3 3
4 7 6 1	2 2

Supradi-ctarum ꝓbationum exempla reciproca.

6 ❡ QVADRATAE autem radicis adinuen-tio, per quadratam radicis multiplicationem venit examinanda. Nam ſi datus in primis nu-merus fuerit quadratus: inuenta radix in ſeip-ſam ducta, eundem quadratum (modò non er-raueris) producet numerum. Velut ex ſubſcri-pto numero 54756 deprehendere potes, cu-ius radix quadrata eſt 234: quę in ſeipſam du-cta, reſtituit eundem numerum 54756.

Vt examinā-da quadratę radicis adinuē-tio.

Quadratæ radicis inuentio.	Probatio per radicis multiplicationem.
1 2	2 3 4
1. 2 8 1	2 3 4
5 | 4 7 | 5 6	9 3 6
2 3 4	7 0 2
4 4 8	4 6 8
	5 4 7 5 6

7 ❡ At ſi datus numerus minimè fuerit quadra-tus, ducēda eſt nihilominus radix in ſeipſam, ſed producto numero addendū eſt reſiduum integrum, priùs q̃ videlicet ex illo fractio à duplata radice, vel ex ipſius radicis dimidio ab eadē radice denominata conficiatur: Con-ſurget enim numerus datus, ni forſitan colli-gendo radicē ipſam peccaueris. Queādmodū ex ſequētibus licebit depręhendere formulis.

De radice numerorū nō quadra-torum.

Exemplū.

In quarum prima, numeri 637 quadrata radix eſt 25: relictis 12, quæ vel $\frac{12}{50}$, aut $\frac{6}{25}$ dicētur. In ſecūda verò, ipſa radix 25 in ſeipſam ducta, facit 625: quibus in tertia formula adduntur relicta 12, conſurgit demū idē numerus 637.

Quadratæ radicis inuentio.	Probatio p̄ multiplicationē:	Et additionē reſidui.
~~2~~ 1 2 reſiduū	2 5	6 2 5
~~6~~ | ~~3~~ ~~7~~	2 5	reſiduum 1 2
2 5	1 2 5	6 3 7
~~4~~	5 0	
	6 2 5	

Notādum. Si autem duceretur radix integra vnà cum ipſa fractione in ſeipſam, iuxta doctrinam ſexti capitis ſuccedentis libri ſecūdi: productus numerus habundaret $\frac{36}{625}$, hoc eſt, numero ex ductu fractionis in ſeipſam procreato.

¶ CVBICAE demum radicis inuentionem, 8
per cubicam ipſius radicis multiplicationem, conſequenter examinare eſt operæpretium. Igitur ſi datus numerus fuerit cubus, radix eius cubicè multiplicata, eundem (modò non

Exemplū. erraueris) reſtituet numerum. Veluti ſi numeri 12167 cubicam radicem (quæ eſt 23) cubicè multiplicaueris, eundē numerum 12167 procreabis: quemadmodum ſubſcriptæ indicant operationum formulæ.

Inuētio cubicæ radicis.	Probatio per cubicam multiplicationē.	
~~4~~ ~~2~~	2 3	5 2 9
~~1~~ ~~2~~ | ~~1~~ ~~6~~ ~~7~~	2 3	2 3
2 3	6 9	1 5 8 7
~~6~~	4 6	1 0 5 8
	5 2 9	1 2 1 6 7

9 ℂQuòd ſi datus numerus non fuerit cubus, tunc aliquis extracta radice relinquetur numerus. Ipſa ergo radice cubicè multiplicata, producto numero integrum ipſum addendum eſt reſiduum, añte q̃ ſcilicet ex illo fractio conſtituatur à triplata radice, vel ex tertia parte eiuſdem reſidui ab ipſa radice denominata: reſultabit enim ipſe numerus datus, ni forſitan in extrahēda radice peccaueris. Exempli gratia, numeri 12179 radix cubica eſt 23: relictis 12, quæ vel $\frac{12}{69}$, aut $\frac{3}{23}$ veniunt appellanda. Porrò 23 cubicè multiplicata, efficiūt 12167: quibus ſi addātur relicta 12 integra, cōſurget oblatus ipſe numerus 12179. Vti ſubſcriptæ monſtrant formulæ.

De radice nō cuborū numerorū.

Exemplū.

Cubicæ radicis inuētio. Probatio ꝑ multiplicatione radicis cubicā: Et additionē reſidui.

			1	
4			3	2
1	2	1	7	9
2				3
			6	

	2	3
	2	3
	6	9
4	6	
5	2	9

		5	2	9
			2	3
	1	5	8	7
1	0	5	8	
reſiduū.			1	2
1	2	1	7	9

Si autem multiplicaretur radix ipſa cum fractione cubicè, vtpote 23 cum $\frac{6}{23}$: longè aberraret productus numerus à vera ipſius dati numeri quātitate, velut ipſe te docebit calculus.

Notādum.

10 ℂRELIQVVM EST, de progreſſionum examine pauca ſubiungere. In primis itaque ſi progreſſio fuerit arithmetica, & extremi illius numeri ſimul iūcti parē fecerint numerū,

De arithmeticæ ꝓgreſſionis examine.

diuidenda eſt ſumma progreſſionis,per ipſius numeri dimidium:prodibit enim numerus limitum, ſiue terminorum ipſius progreſſionis. Si autem ijdem extremi numeri imparẽ confecerint numerum,diuidenda eſt eadem progreſſionis ſumma , per dimidium ipſorũ limitum numerum : procreabitur enim præfatus numerus , ex ipſa extremorum additione reſultans. Quòd ſi neutrum horum acciderit, peccatum eſt in colligẽda progreſſionis ſumma. Exemplo non videris indigere, ſi prædicta in memoriam reuocare non graueris.

Geometricæ progreſſionis examen.

¶GEOMETRICA verò progreſſio,in hunc 11
modum examinanda eſt. Ducatur in primis ſumma progreſſionis in numerum ſola vnitate minorem eo, à quo ratio progreſſionis denominatur, & producto addatur minimus ipſius progreſſionis numerus , conſurgens inde numerus,diuidatur per ipſum numerum à quo pręfata ratio progreſſionis denominatur:Prodibit enim tandẽ maximus ipſius oblatæ progreſſionis numerus, ſi illius ſumma fuerit debitè congregata. Si progreſſio igitur ſub ratione dupla proportionetur, nulla opus erit multiplicatione : Si autẽ ſub ratione tripla ꝓgrediatur,multiplicatio per 2, diuiſio autẽ per 3 venit abſoluenda, & ſic reſpõdenter de cæteris. Reſumatur in exemplum,obiecta progreſſio ſub ratione tripla proportionata , cuius

Exemplũ.

2187
729
243
81
27
9
3
3279

minor numerus eſt 3, maximus verò 2 1 8 7, & omnium ſumma 3 2 7 9. Hæc igitur ſumma per 2 multiplicanda eſt, fiunt 6 5 5 8: quibus addantur 3, conſurgent 6 5 6 1. Hæc autem diuiſa per 3 (à quibus ratio tripla denominatur) reddunt pro quoto numero 2 1 8 7, quantus videlicet eſt maximus ipſius datę progreſſionis numerus. Hæc igitur de probationibus, examinandíſve antecedentium capitum arithmeticis operationibus (quæ ſuccedentibus duobus libris, poterunt reſpondenter adcõmodari) ſint ſatis. Conſulimus tamen, nõ alio vtendum eſſe probationis examine, quàm ſingularum operationũ ſæpiùs iterato diſcurſu, cùm ipſi numeri maneant ob oculos expoſiti: demptis ad ſummũ radicibus, quę difficilioris vtcũqȝ videntur inueſtigationis.

PRIMI LIBRI
Arithmeticę practicæ
FINIS.

LIBER SECVNDVS Arithmeticæ practicæ, De vulgatis integrorum fractionibus, eorundémve partibus quotis: Eodem Orontio Finæo authore.

De origine, expreſſione, & valore, fractionum, Caput 1.

ABSOLVTA, QVA PO 1
tuimus facilitate, numerorum integrorum praxi, ſub vniuerſalibus antecedẽtis primi libri tradita capitibus: operæpretiũ eſt, vt de minutis, ſiue quotis eorũdem integrorum partibus (quas vulgares appellant fractiones) conſequenter diſſeramus.

Quid ſit integrum.

Quicquid igitur in rerum conſiſtit natura, vel abſtractum ad continuam, diſcretámve refertur quantitatem, & ab vnitate denominatur: nomen ſiue rationem adipiſcitur integri. Omne porrò integrum, in tot partes inuicẽ æquales deſcendendo diuiditur, quot ſunt numeri ab vnitate ſurſum aſcẽdendo: vtpote in duas,

Integri diuiſio.

quarum quælibet vna ſecunda, vel dimidia pars ipſius vocatur integri: aut in tres, & quę libet vna tertia eiuſdem integri dicitur. Et deinceps in quartas, quintas, ſextas, ſeptimas, & ſuccedētes quotas partes, à reliqs numeris denominatas, quantumlibet progrediendo diſtribuitur. Quaſquidem partes quotas, vulgares ob id ſolēt appellare fractiones, ꝙ magis vulgatæ ſint, vel ipſis vulgarium rerum ſupputationibus familiares. Eſt igitur fractio, partis aut partiū integri, iuxta numerum datum aſſignata diſtributio, ſiue repræſentatio. Fractionis diffinitio.

2 ¶Ad ipſarum autem fractionum expreſſionē, duo cōcurrunt numeri: vtpote, numerator talium partium indicans multitudinem, & denominator qualitatis earundem partium exprimens nomenclaturā. Numerator ſupra denominatorem, interpoſita virgula, ſemper collocatur: & vterq; per rectum (ſed in primis numerator) exprimitur. Vtpote, ſi volueris reprę ſentare duo integri tertia, facies in hunc modum $\frac{2}{3}$: tria verò quarta, ſic $\frac{3}{4}$. Et ſi hanc volueris exprimere fractionem $\frac{5}{7}$: dices illā repræſentare quinq; integri ſeptima. Tales itaq; fractiones, ad ipſum integrum immediatè referuntur: & principales, ſimplicéſque nuncupātur, vnico propterea numeratore atq; denominatore contentæ. Quibus numeris exprimantur fractiones. Exemplū. Fractiones ſimplices.

3 ¶Nam ſi aliqua prædictarum partium, vtpote $\frac{1}{2}$, vel $\frac{1}{3}$, aut $\frac{1}{4}$, rationē ſubeat integri, & in ſimiles (vt ipſum integrum) ſubdiuidatur De ſecundarijs, ſiue mixtis fractionibus.

fractiones:hæ ſecundariæ,ſiue mixtæ,fractio≈néſve fractionũ veniunt appellandæ. In qua≈rum expreſſione, duo concurrunt numerato≈res atque denominatores, quorũ priores per rectũ,poſteriores verò per obliquũ (inſtar in≈tegri) veniunt exprimēdi: idcirco nulla inter poſteriorem numeratorem, & denominatorē ponitur virgula. Exēpli gratiâ,duo tertia vni≈us quarti integri hoc modo repræſentantur, $\frac{2}{3}\ {}^{1}_{4}$:& tria quarta vnius ſecũdi ſic, $\frac{3}{4}\ {}^{1}_{2}$. Quæ igitur per obliquum exprimitur,ad ipſum im≈mediatè refertur integrum. Tales porrò fra≈ctiones,veluti peſtes Arithmeticæ,fugiendæ ſunt:& ſi quas inuitus offenderis, eas ad ſim≈plicem reuocabis fractionem,& ſimplicem ip ſam(ſi id patiatur) ad integra, quemadmodũ infra demonſtrabitur. Reliquum eſt,vt de va≈lore fractionum iudicare doceamus.

Exemplũ.

Fractiones mixtæ fu≈giendæ.

De valore fractionũ. Regula 1.

¶Simplicium itaque fractionum valorem,his 4 deprægendes regulis. In primis, quoties nu≈merator denominatori fuerit æqualis, talis fractio vnũ præciſè valet integrum:Cuiuſmo di ſunt $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$, &c. At ſi numerator, denominatore ſit maior,huiuſcemodi fractio tot valet integra, quoties numerator integrũ denominatorem comprænendit:atque tot in≈ſuper eiuſdem nominis partes, quot in ipſo numeratore habundauerint vnitates,denomi≈natorem integrare minimè valentes. Velut hæc fractio $\frac{4}{3}$, vnum continet integrum, ac vnum præterea integri tertium: hæc autē $\frac{9}{4}$,

Regula 2.

duo integra,& vnũ integri quartũ. Cùm autẽ numerator minor fuerit denominatore, talis fractio nunquam facit integrũ: ſed tot ſolum modò integri partes, quot in ipſo numeratore ſunt vnitates. Vt $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, hoc eſt, duo tertia, tria quarta, quatuor quinta, &c. Solis ergo fractionibus, quæ minores ſunt integro (ſi fractiones ipſæ prorſus euitari non poſſint) vtendũ eſſe velim nõ ignores: cęterę enim, ad integra quoad fieri poteſt reuocãdę ſunt. De fractione demum, quæ alterius fractionis eſt fractio (ad quam, velut ad ſuum referenda eſt integrũ) idem prorſus reſpõdenter iudicabis.

Tertia regula.

5 ¶Quæ demum inter ſupradictas, & inuicem comparatas fractiones ſint æquales, maiores, aut minores: ex ſubſcriptis rurſum poteris elicire regulis. Omnes in primis fractiones, quæ ſimilẽ inter numeratores & ſuos denominatores videntur obſeruare rationẽ: poteſtate ſunt æquales, hoc eſt, eandem integri partem (ſed aliter expreſſam) repræſentantes. Veluti ſunt $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, in quibus rationem duplã: vel $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{10}{15}$, in quibus ſeſqualterã: aut $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{5}{15}$, in quibus triplam denominatores ad numeratores ſimul obſeruant rationem. Quælibet enim primarũ fractionũ, vnum integri dimidium: ſequẽtium verò, duo tertia: & ſuccedentium, vnum ſolummodò tertium eiuſdem integri repræſentat. Inter fractiones autem, quæ eundem habuerint numeratorem, denominatores verò diuerſos: quæ à

De fractionũ æqualitate & inæqualitate.

Regula 1.

Secunda regula.

minori denominantur numero, cæteris ſunt maiores. Quòd ſi numeratores fuerint diuerſi, ſed idem verſauice denominator: quæ per maiorem exprimentur numeratorem, maiores erunt reliquis. Harum enim (verbi gratia) fractionem, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, prima eſt maior ſecũda, & ſecunda tertia, atque tertia ipſa quarta maior: Idem indicabis de his $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$, & ſimilibus quibuſcunque fractionibus. Quæ demũ diuerſos habent numeratores atq; denominatores, ſunt de neceſſitate inuicem inæquales: vt $\frac{2}{3}$, & $\frac{4}{5}$. Datis porrò duabus fractionibus inæqualibus, ſi volueris agnoſcere quænam illarum ſit poteſtate maior, duc numeratorẽ vnius in denominatorẽ alterius: nã ea cuius numerator maiorem procreauerit numerum, maior erit reliqua. Proponãtur in exemplum, pręfata $\frac{2}{3}$, & $\frac{4}{5}$. duc igitur 2 in 5, fient 10: & 4 in 3, conſurgent 12. Concludes igitur $\frac{4}{5}$ maiorem integri partem continere, q̃ ipſa $\frac{2}{3}$: quoniã 12, ſunt maiora 10. Idẽ habeto indiciũ de cęteris.

Tertia regula.

10		12
$\frac{2}{3}$	×	$\frac{4}{5}$

¶ De *reductione prædictarũ fractionum*, Cap. 2.

Fractionũ reductio, cur cæteris anteponãda capitibus.

REDVCTIO, TOTIVS NEgotiationis vulgarium fractionum videtur eſſe fundamẽtum: vtpote, ſine qua cæteræ fractionum operationes, commodè tractari non poſſunt. Semper enim fractionũ fugienda eſt multitudo: quod abſque reductione, fieri non I

facilè poteſt. Reducere igitur eſt, integra in liberam fractionem, vel è diuerſo: datámve fractionem, in alterius denominationem conuertere: pluréſve fractiones, in vnam reuocare fractionem. Vniuerſum itaq; reductionis artificium, quinq; generalibus regulis perſtringemus: quarum duę primæ, reductionem integrorum ad fractionem ſimplicem, aut è diuerſo, iuxta ſexti capitis antecedētis libri primi traditionem, paucis abſoluere docebunt.

Reductionis diffinitio.

1 ℭCùm igitur datum integrorum numerū, ad liberā volueris reducere fractionē, duc ipſum integrorum numerum, in propoſitæ fractionis denominatorē: productus enim numerus, quęſitum numeratorē oſtendet, ſuper ipſum denominatorem propoſitum (interiecta de more virgula) collocandum. Proponantur exempli cauſa 4 integra, ad ſeptima reducēda. Ducantur ergo 4 in 7, fient 28 locanda ſupra 7, in hunc modum $\frac{28}{7}$: Concludes itaq;, 4 integra reduci ad $\frac{28}{7}$. Eodem modo, 15 integra ad $\frac{165}{11}$ reducētur: vndecies enim 15, efficiunt 165.

Prima regula, de īntegrorū reductiōe ad fractionem ſimplicē.

Exemplū.

2 ℭSi autē è diuerſo, ſimplicem aliquā fractionem, cuius videlicet numerator maior eſt denominatore (nā de talibus ſolùm intelligitur reductio) ad integra reducere fuerit operæpretium, diuidatur numerator, per ipſius fractionis denominatorē: numerus enim quotus, indicabit quot integra in ipſa fractione continentur. At ſi aliquid ex diuiſione relinquatur: id erit fractio minor integro, à reducenda

Secūda regula, de reuocāda fractione ſimplici ad integra.

Exemplũ. fractione denominata. Sint in exemplum $\frac{28}{7}$, ad integra reducenda. Diuidãtur ergo 28 per 7, fient pro quoto numero 4: pronunciabis igitur, $\frac{28}{7}$ ad 4 integra reuocari. Quòd ſi $\frac{29}{4}$, ad integra reducenda proponantur: diuides 29 per 4, prodibunt 7 integra, relicto $\frac{1}{4}$, hoc eſt, vnius integri quarto.

Tertia regula, vt ſimplex fractio in aliã ſimplicẽ cõuertatur.

¶ Tertiò, ſi fractionem ſimplicem, in aliam itidem ſimplicem libuerit conuertere fractionem: animaduertes in primis, non omnem fractionem in aliam quãuis indifferenter eſſe reducibilem, ſed potentia groſſiores in ſubtiliores, & in eam ſolũmodò denominationẽ, cuius ipſius fractionis denominator eſt pars quota. Reduces itaq; facilè ſecunda in quarta, ſexta, octaua, decima, vel duadecima: ſimiliter & tertia in ſexta, nona, duodecima, vel quindecima, &c. Cùm autem denominatores, ſolam habuerint vnitatem partem communem: nunq̃ vertes vnã fractionem in alteram, abſq; relicta fractione fractionis, quæ modis omnibus fugienda eſt. Vtpote, tertia in quarta, vel quarta in quinta, aut quinta in ſexta vel ſeptima, nõ poſſunt abſq; fractione fractionis reuocari: idcirco tales reductiones, prorſus euitãdæ ſunt. Reliquum eſt oſtendere qualiter fractio ſimplex, in eam fractionẽ ſimplicem, ad quã reducibilis eſt, conuertatur. Dictum fuit primo huius libri capite, fractiones quarũ denominatores ſuis numeratoribus ſunt proportionales, poteſtate eſſe inuicem æquales:

Tenor ac origo regulæ. 3

quærendus eſt itaq; numerator, ad quem denominator propoſitus eandem habeat rationem, quã reducendæ fractionis denominator ad ſuum denominatorem. Id autem abſoluetur iuxta tenorem regulæ quatuor proportionalium (quã infra trademus) ducendo propoſitum denominatorẽ in numeratorẽ reducendæ fractionis, & productum numerum per ipſius fractionis denominatotẽ diuidendo: procreabitur enim reductæ fractionis numerator, ſupra denominatorẽ propoſitũ de more collocandus. Eſto propoſitũ in exemplnm, vertere $\frac{2}{3}$ ad ſexta. ducantur ergo 6 in 2, fient 12: quæ diuiſa per 3, dant pro quoto numero 4, ſcribenda ſuper 6, in hunc modũ $\frac{4}{6}$. Concludes igitur, $\frac{2}{3}$ verti in $\frac{4}{6}$, quæ tantam integri partem repreſentant. Haud diſſimiliter, $\frac{3}{4}$ reducetur in $\frac{9}{12}$: ter enim 12 efficiunt 36, quæ diuiſa per 4 reddunt 9. Exemplũ.

¶ Poteris & alia via, talium fractionum abſoluere reductionẽ. Vide quotã partem efficiat minor denominator ipſius maioris, diuidẽdo eundem maiorem per minorem: & per numerum quotum, multiplica tam numeratorem, q̃ denominatorẽ eiuſdem reducẽdæ fractionis. Eo nanq; modo, reducendam & à minori numero denominatã, in rationẽ maioris & multiplicis denominatoris vel facilè conuertes. Reſumantur exempli gratia $\frac{2}{3}$, ad ſexta reducenda. Cùm igitur 3 minor denominator, bis contineatur in maiori, vtpote ſenario: Alia eiuſdẽ regulæ praxis notãda. Exemplũ.

multiplicabis 2 per 2,fient 4: & rurſum 3 per 2,fient 6 ſcribenda ſub 4, in hunc modũ $\frac{4}{6}$. Hac igitur via, $\frac{2}{3}$ vertuntur ad $\frac{4}{6}$. Similiter & ipſa $\frac{3}{4}$,ad 9 duodecima. Cũ enim 4,in 12 ter cõtineantur:ſi ducantur 3 in 3,fient 9:& 4 per eadem 3 multiplicata, reddunt 12: ſcribēda ſub 9, vt hic $\frac{9}{12}$. Eſt igitur hic reducēdi modus perfacilis,& ſummopere notãdus.

Quarta regula, de mixtarum fractionũ reductione ad fractionem ſimplicem.

¶Sequitur reductio fractionis mixtæ(quæ alterius fractionis eſt fractio)ad contingentem 4
fractionem ſimplicem: quæ in hunc modum abſoluenda eſt. Multiplicentur numeratores adinuicem,& reductæ fractionis procreabitur numerator: Idem fiat de ipſis denominatoribus,& ipſius reductę fractionis denominator reſultabit, ſub ipſo numeratore collocandus. Si plures autē duobus fuerint in data fractione numeratores & denominatores,primus ducendus eſt in ſecundum, & productus numerus in ſequentem tertium,& ſic deinceps,pro contingente numeratorũ & denominatorum multitudine.

Exemplũ.

Sint verbi gratia $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$,ad ſimplicem reuocanda fractionē. Multiplicentur ergo 2 per 1, fient 2 pro reductæ fractionis numeratore:deinde 3 in 4,fient 12 ſub ipſo binario pro denominatore reponenda, in hunc modum $\frac{2}{12}$. Ergo $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ reducuntur ad $\frac{2}{12}$ integri,quæ breuius per $\frac{1}{6}$ repręſentãtur. Proponantur rurſum $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{6}$, ad ſimplicem reducenda fractionē. Ducantur ergo 2 in 3, fient 6,& 6 in 1, redibunt 6:tantus eſt numerator.

Deinde 3 per 4 multiplicētur, fient 12, & rurſum 12 per 6, conſurgent 72: tantus eſt denominator, ſub ipſo reductæ fractionis numeratore collocandus, in hunc modū $\frac{6}{72}$. Concludes igitur $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{6}$, reduci ad $\frac{6}{72}$ integri, quæ breuiùs exprimūtur per $\frac{1}{12}$. Qualiter autē fractiones abbreuiētur, proximo dicemus capite.

5 ¶Cùm porrò duæ ſimplices & diuerſæ denominationis fractiones, ad vnā ſimplicem fractionem proponentur reducendæ: in hunc facito modum. Multiplicentur in primis denominatores adinuicē, & cōmunis inſurget denominator, illius ſcilicet fractionis, ad quam ambæ fractiones datæ cōmuniter ſunt reducibiles. Ducatur poſtmodum numerator vnius in alternis fractionis denominatorē, fient particulares vtriuſqꝫ fractionis numeratores: quos ſi in vnum cōpoſueris numerū, conſurget cōmunis ipſius reductæ fractionis numerator, ſuper ipſum denominatorem ſolito more collocandus. Exempli gratia, proponātur $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$, ad vnā ſimplicē reducenda fractionem. Ducantur igitur 3 in 5, fient 15: prędictæ ergo fractiones $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$, vertētur ad integri quindecima. Ducantur conſequenter 2 in 5, fient 10: & 4 in 3, fient 12. quæ ſimul iuncta conficiunt 22, ſcribēda ſuper 15, in hunc modū $\frac{22}{15}$. Concludes igitur, $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$ reduci ad $\frac{22}{15}$ integri: quorū 10 fiunt ex $\frac{2}{3}$, reliqua verò 12 ex $\frac{4}{5}$. Ipſa porrò $\frac{22}{15}$, per ſecundam regulam ad 1 integrum, & $\frac{7}{15}$ integri tandem reuocāda ſunt.

Quinra regula, de reducendis duabus fractionibꝰ ad vnā fractionē ſimplicem.

Exemplū.

Haud diſſimili via, $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{7}$ vertentur in $\frac{41}{28}$: quæ per eandem ſecundam regulam, ad 1 integrum, & $\frac{13}{28}$ integri reducentur.

$$\overset{10}{\tfrac{2}{3}} \times \overset{12}{\tfrac{4}{5}} \quad (22,\ 15) \quad . \tfrac{22}{15} \text{ vel } 1\tfrac{7}{15} \qquad \Big| \qquad \overset{21}{\tfrac{3}{4}} \times \overset{20}{\tfrac{5}{7}} \quad (41,\ 28) \quad . \tfrac{41}{28} \text{ vel } 1\tfrac{13}{28}$$

Sexta regula, vt plures q̃ duæ fract. ad vnam reuocentur ſimplicem.

¶Quòd ſi plures duabus atque diſſimiles fractiones, ad vnam cõmunem & ſimplicem fractionem proponãtur reducẽdæ: talis reductio adminiculo proximæ regulæ, in hunc modum abſoluenda eſt. Reducãtur in primis duæ primæ fractiones ad vnã fractionem ſimplicem, vti proxima docuimus regula: & inde collecta fractio, cum ſequenti tertia, ad vnam pariter ſimplicem fractionem: atq; inde conſurgens fractio, vnà cum ſuccedenti quarta, ad vnam rurſum fractionem ſimplicẽ reducatur: & ſic deinceps, pro datarum fractionum multitudine. Nec refert, quam datarum fractionum primam, aut ſecundam, ſeu tertiam feceris. Hac igitur arte, fractio colligetur, quæ datas fractiones poteſtate repræſentabit. Offerantur exempli cauſa, $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ ad vnam ſimplicem reuocanda fractionem. In primis ergo, per antecedẽtis quintæ regulæ traditionẽ, $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$ vertuntur ad $\frac{7}{6}$. Ipſa porrò $\frac{7}{6}$ cum $\frac{3}{4}$, efficiunt $\frac{46}{24}$. Concludendum ergo $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$, reuocari tandem ad $\frac{46}{24}$, quę 1 valent integrum, & $\frac{22}{24}$, ſiue $\frac{11}{12}$ integri. Aut (ſi volueris) tolle priùs à $\frac{7}{6}$ integrum, relinquetur $\frac{1}{6}$: quod vnà cum $\frac{3}{4}$, reducetur ad præfata $\frac{22}{24}$, quæ 6

Exemplũ.

breuiùs exprimuntùr per $\frac{11}{12}$. Vti ſubſcriptæ prædictarum reductionũ monſtrant formulæ.

7	46	22
3 4	28 18	4 18
$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$	$\frac{7}{6} \times \frac{3}{4}$. $\frac{46}{24}$ vel 1 $\frac{22}{24}$.	1 $\frac{1}{6} \times \frac{3}{4}$
6	24	24

Debent igitur integra ex duarum quarũcunq; fractionum reductione conſurgentia, ab ipſis priùs detrahi fractionibus, quàm ad ſuccedentem reductionem, aut aliam quamuis operationem deueniatur.

7 ¶Ex ſupradictis autem regulis facilè colligitur, qualiter integra cũ fractione ſimplici vel fractione fractionis, ſimpléxve fractio cũ fractione fractionis, aut duæ pluréſve fractiones fractionum, & reliquæ demũ tum integrorũ cum ſimplicibus aut mixtis fractionibus, tum ipſarum ſimplicium aut mixtarum fractionum combinationes: ad vnam ſimplicem reducantur fractionẽ. Reductis enim integris ad fractionem ſimplicem per primam regulam, & fractione fractionis ad ſimplicem itidem reuocata fractionem per ſecũdam: occurrentes fractiones ſimplices ad vnã fractionem ſimplicem, iuxta præcedentis quintæ aut ſextæ regulæ traditionẽ, vel facilè conuertes. Quarũ reductionũ exẽpla tradere, eſſet priùs dicta, atq; ſufficiẽter declarata, præter neceſſitatem refricare: de his ergo ſatis. Tranſeundum eſt conſequẽter, ad prolixarũ fractionũ abbreuiationẽ, quæ nõ infimã videtur obtinere partẽ.

Corollariũ de cæteris integrorũ & fractionum conmixturis, ad vnam fract. ſimplicem reducendis.

De abbreuiandis fractionibus, & partium quotarum inuentione, Cap. 3.

Numeri inuicẽ cõmunicantes.

TVRPE AVTEM EST IN Arithmetica, & artis plurimũ impediens facilitatẽ: cùm reductæ fractiones per numeros inuicem cõmunicantes, hoc eſt, alijs partibus, q̃ ſit vnitas, inuicem cõmenſurabiles repræſentantur. Quoties igitur ipſæ fractiones in tales excreuerint numeros, operæpretium eſt illarum numeratores atq; denominatores (detractis priùs, & ad læuam poſitis integris) ad eos ſtatim reuocare numeros, quos inuicẽ primos appellant, quorum videlicet nulla eſt pars quota cõmunis, præter vnitatẽ: tales nanque numeri ſunt omnium minimi, qui eandem rationẽ habent cum eis. Et proinde reddunt fractiones minùs oneroſas, & q̃ maximas poſſunt integri partes repręſentantes. Cõmodiſſimũ ergo duximus hoc loco prædocere, qualiter eiuſcemodi fractiones ſint abbreuiandæ, & per eoſdem numeros adinuicẽ primos exprimendæ: quo facilior pateat aditus, ad reliquas fractionum operationes. 1

Numeri inuicem primi.

Maximam cõmunicantiũ numerorum partem quotã inuenire.

¶Quærendus eſt itaq; numerus, qui vtriuſq; & numeratoris & denominatoris, ſit pars quota cõmunis & maxima: in hunc qui ſequitur modum. Partire denominatorem ipſius oblatę fractionis, per numeratorẽ: et ſi nihil ex diuiſione relinquatur, ipſe numerator quęſitus erit 2

numerus. Si autem aliquis ex diuiſione relinquatur numerus, diuide priorem diuiſorẽ per ipſum reſiduum numerum: Id'q; deinceps continuato, quatenus ex ipſa diuiſione nihil relinquatur. Nam huiuſcemodi diuiſor vltimus, datorũ numerorum erit pars quota maxima. Per hunc igitur numerum, ſi diuiſeris tandem numeratorem, atq; denominatorẽ ipſius abbreuiandæ fractionis: quotus numerus ex numeratoris diuiſione procreatus, erit numerator: ex diuiſione autem denominatoris, ipſius abbreuiatę fractionis denominator generabitur. *Abbreuiationis fractionum regula.*

Proponatur exẽpli gratia, huiuſcemodi fractio $\frac{324}{432}$, ad breuiſſimos reuocanda numeros. Diuidantur igitur 432, per 324: procreabitur tantùm 1, relictis 108. Partiantur rurſum 324, per 108: fient pro quoto numero 3, nullo ſuperabũdãte reſiduo. Ipſe igitur numerus 108, eſt is qui deſideratur. Quoti autem ex diuiſionibus procreati numeri, nullo modo curandi ſunt: ſufficit enim ad eum peruenire diuiſorẽ, per cuius diuiſionem nihil tandẽ relinquatur. *Exemplũ primę partis.*

			0					
	1	2	8					
Denominator.	4	3	2	Numerator.	3	2	4	
			1				3	
Numerator.	3	2	4	Reſiduum.	1	0	8	

Si diuiſeris igitur 324, per 108: fiẽt pro quoto numero 3, pro reducto numeratore ſumenda. Ex diuiſione autẽ 432, per eundẽ numerũ *Secundæ partis exemplum.*

108: prouenient 4, eiſdem 3 pro denominatore ſubſcribēda, vt hic $\frac{3}{4}$. Præfata itaqꝫ $\frac{324}{432}$ ad breuiorem non poſſunt reuocari fractionem, quàm ad $\frac{3}{4}$: nam 3 & 4 nullam habent partē quotam cōmunem, præter vnitatem. Sequuntur ipſarum diuiſionum formulæ.

3̶ 2̶ 4̶	4̶ 3̶ 2̶	3 numerator
3	4	abbreuiatus.
1̶ 0̶ 8̶	1̶ 0̶ 8̶	4 denominator

Corollariū notādum.

Cùm igitur numerator abbreuiandæ fractionis, fuerit pars quota denominatoris: tūc oblata fractio ad quàm breuiſſimos redigetur numeros, vtpote, quoniam in locum numeratoris ſola ſubrogabitur vnitas.

Alius abbreuiendi mod°, facilior pręcedente.

¶Poſſunt nōnunq̄ oblatæ fractiones, potiſſi- 3
mū quę per numeros pariter pares, aut ſimiles cōmunicātes exprimūtur: abſqꝫ pręfatę quotę partis maximæ & vtriqꝫ cōmunis ĩquiſitione, ad breuiſſimos ſic reuocari numeros. Accipiatur vtriuſqꝫ & numeratoris & denominatoris dimidiū, & rurſum vtriuſqꝫ numeri dimidiū, aut tertia, vel alia pars quota, prout ſimul occurrēt diuiſibiles: ídqꝫ toties cōtinuetur, quatenus vterqꝫ ſimul & eodē modo nō poſſit amplius ſubdiuidi. Vltimi nāqꝫ numeri, erūt minimi ad quos oblata fractio reuocari poteſt.

Exemplū.

Verbi gratia, ꝓpoſitæ fractionis $\frac{36}{48}$, vterqꝫ numerus habet dimidiū, ſcilicet 18, & 24, & rurſum vterqꝫ dimidiū, vtpote 9 & 12, quorū vterqꝫ tertiam videtur habere partē, nempe 3 & 4,

qui numeri nõ poſſunt ſimilem ampliùs obſeruare diuiſionem:propoſita itaq; fractio $\frac{36}{48}$, in primis vertitur ad $\frac{18}{24}$, deinde ad $\frac{9}{12}$, tandem ad $\frac{3}{4}$, omnium fractionum ſub eadem ratione cõſiſtentium breuiſſimam. Tantam igitur integri portionem repręſentant $\frac{3}{4}$, quantam $\frac{9}{12}$,aut$\frac{18}{24}$,ſeu$\frac{36}{48}$:partes enim & ęquè multiplicia ſunt inuicẽ proportionalia, & quæ proportionales ſunt fractiones eandem integri partẽ (veluti primo dictum eſt capite)repręſentant.

De cognitiõe partiũ quotarũ dati cuiuſuis numeri.

1 documẽtum.

4 ¶QVANTVM AD SECVNDVM,vtpote, quot partes quotas, & à quibus numeris denominatas, oblatus habuerit numerus:ſuccedentia documenta notentur. Omnis in primis numerus par, habet ſecundam ſiue dimidiam partem: impar verò numerus, caret partibus quotis, ab ipſo numero pari denominatis.par enim numerus, quouiſmodo multiplicatus: parem ſemper efficit numerum.

2. documẽtum.

Cum aliquis numerus alium metitur numerũ, qui rurſum alium numerum (& ſic deinceps quantũlibet)metitur,qui dati numeri eſt pars quota:quilibet ipſorũ numerorũ,eſt pars quota eiuſdẽ numeri dati. Exempli gratia, 3 metiuntur 9,& ipſa 9 metiuntur 27,partẽ quotã numeri 54:aio itaq; 3 & 9,quemadmodũ ipſa 27,partem efficere quotam eiuſdẽ numeri 54: nempe 3 decimamoctauam, 9 autem ſextam, & 27 dimidiam ſiue ſecundam.

Exemplũ.

Qualiter numerus aliũ metiatur numerum.

Numerus, alium metiri ſeu numerare dicitur numerum (ſi forſitã exciderit)cùm aliquoties ſumptus,

eundem numerum integrè reſtituit: vt 5 ter ſumpta, efficiunt 15, ſimiliter & quinquies 3: idcirco 5 per ternarium, vel 3 per quinarium, ipſum numerum 15 metiri dicuntur.

3. documētum. Item, cùm aliquis numerus eſt quota pars alterius numeri: quotus numerus eiuſdem numeri pars erit quota, à priori denominata numero. Exempli gratia, 5 faciunt tertiam partem numeri 15: & 3 igitur verſavice quintam. ter enim 5, vel quinquies 3: reſtituunt 15.

Corollaria notanda. ¶Ex his, ſuccedentia deducuntur corollaria. 5
Omnis in primis numerus carens tertia parte, caret & ſexta, atque nona: & quicunque numerus habet nonam, habet verſavice tertiam. Rurſum quilibet numerus carens quarta, caret conſequenter octaua: & qui habet octauam, habet etiam quartam, & dimidiam, velut habens quartam, ipſam quoque dimidiam partē obtinet. Omnis inſuper numerus carens quinta parte, caret reſpondenter decima: & è diuerſo, numerus habēs decimam, habet etiam quintam, atq; dimidiam. Item, quicunque numerus par habet nonam, is habet & tertiam & ſextam, atq; cęteras eiuſcemodi quotas partes numeri paris: vt numerus 36, cuius nona eſt 4, tertia 12, ſexta 6, quarta 9, altera ſeu dimidia 18, & duodecima 3. Si autem id impari acciderit numero, habebit ſolūmodò tertiā: vt numerus 27, cuius nona eſt 3, & tertia 9. Nullus itaq; numerus habet tertiā partē, niſi quē metitur 3: aut quartam, præter eum quem

metitur 4:neq; quintã vel ſextam, niſi metiatur à 5 vel 6:& conſequẽter in hunc modũ de ſeptima,octaua,nona,& reliquis ſuccedẽtibus partibus quotis. Quòd ſi numerus par diuidatur per 9,& relinquantur ex diuiſione 6: talis numerus carebit nona parte, ſed habebit tertiam & ſextam. Porrò ſi idem par numerus diuidatur par 8, & ſuperabundent 4:huiuſmodi numerus carebit octaua parte, ſed habebit quartam, hoc eſt, partem quotam ab ipſo reſiduo denominatam, dummodò ipſum reſiduum ſit pars ipſius diuiſoris,vel ex illius reſultans partibus. Omnis tandem numerus, quem non metitur aliquis digitorum (excepta vnitate, quæ communis omnium numerorum eſt menſura) non habet partem quotam,præter ab aliquo imparium & cõpoſitorum numerorum denominatã,quos ſola metitur vnitas,& primos appellare ſolemus:cuiuſmodi ſunt 3,7, 11, 13, 17,19,23,29,31,37,41, 43,47,53,59,&c.

¶Si volueris igitur agnoſcere, an propoſitus numerus habeat partem quotã,à dato quouis numero denominatam:ſic facito. Diuide numerum datum, per denominatorem propoſitum:& ſi nihil ex diuiſione relinquatur,is habebit partem quotã, à propoſito diuiſore denominatam: ſecus autẽ eueniente,nullam talis nomenclaturæ partem obtinebit. Talis autem pars, ſemper eſt numerus quotus ex ipſa diuiſione procreatus. Exemplum habes de

Regula generalis.

Exemplũ. numero 54, quẽ offendes habere tertiã partẽ ſcilicet 18, aut ſextam vtpote 9: nunquàm autem quintã vel ſeptimam, vti ſubſcriptæ monſtrant diuiſionum formulæ, in maiorẽ omnium expreſſionem adiunctæ.

7			5
54	54	54	54
18	9	10	7
33	6	55	7

¶ *De ipſarum vulgarium fractionum additione,* Cap. 4.

ADDITIO VVLGARIVM fractionum, altero duorũ modorum abſoluẽda eſt. Aut enim oblatæ & inuicem addẽdæ fractiones eiuſdem ſunt denominationis, vel in eandẽ conuertibiles denominationem. Aut tales habent denominatores, vt vna in alterã non poſſit immediatè tranſmutari.

Prima additionis fractionum regula. ¶ In primis itaq;, ſi inuicem addendæ fractio- 1 nes (vt rem ipſam acu tangamus) eiuſdem fuerint nomenclaturæ, vel in eandem facilè reducibiles denominationem: componendi tantummodò ſunt earundem fractionum numeratores adinuicem, & ſub inde reſultante numeratore, communis denominator ſubſcribẽdus. Exempli gratia, ſint eiuſdẽ nominis fragmenta $\frac{3}{8}$, & $\frac{5}{8}$, atq; $\frac{7}{8}$, in vnam ſummã colligenda. Componantur igitur 3 & 5 & 7, conſurgent 15: quibus ſubſcribantur 8, reſultabũt

Primum exemplũ.

$\frac{15}{8}$. Tanta eſt propoſitarum fractionum inuicem additarũ ſumma. Sint rurſum $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{6}$ & $\frac{7}{12}$, inuicẽ addenda. Cùm igitur tertia & ſexta facilè vertantur in duodecima, propterea quòd 3 & 6, ſint partes quotę ipſius duodenarij numeri: reducantur in primis $\frac{2}{3}$ ad duodecima, fient $\frac{8}{12}$: deinde $\frac{5}{6}$ itidem ad duocecima reuocẽtur, prodibunt $\frac{10}{12}$, per tertiam antecedentis ſecundi capitis regulam. Componantur demum ipſi numeratores, vtpote 7, 8, 10, adinuicem, conſurgent 25: quibus ſubſcribantur 12, in hunc modum $\frac{25}{12}$. Ergo $\frac{2}{3}$ & $\frac{5}{6}$ & $\frac{7}{12}$, ſimul iuncta, conficiunt $\frac{25}{12}$. Et quoniam nulla vtendum eſt fractione, quæ integrum vel integra comprẹhendat: reuocanda ſunt igitur præfata $\frac{15}{8}$, ſimiliter & ipſa $\frac{25}{12}$, ad integra, per ſecundam eiuſdem ſecundi capitis regulam, diuidendo numeratorem per denominatorẽ. Colligetur itaq; ex $\frac{15}{8}$ vnum integrum, & $\frac{7}{8}$ integri: ex ipſis autẽ $\frac{25}{12}$, integra 2, & $\frac{1}{12}$, hoc eſt, vnum integri duodecimũ. Quod ſemel dictum volumus: ne toties iterata monitione, chartam inutiliter ampliare videamur.

Secũdum exemplũ.

Notãdum.

2 ¶ Si contingat autem, eaſdem fractiones inuicem addendas talibus conſtare vel exprimi denominatoribus, vt nulla poſſit in alterius denominationem abſque fractione fractionis (quæ ſummopere fugienda eſt) immediatè reuocari: hæ veniunt in vnã ſimplicem fractionem reducendæ, per quintam aut ſextam regulam ipſius antecedentis ſecundi capitis.

Secũda addendarum fractionũ regula.

Omnis nanq; fractionum additio, eſt earundẽ fractionum in vnam ſimplicem fractionẽ reductio: at non omnis reductio, additio verſa vice cenſenda eſt. Offerantur exempli gratia, $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{5}$ inuicem cõponenda. Manifeſtum eſt, nullam iſtarũ fractionum in alicuius reliquarum denominationem poſſe conuerti: reducantur igitur $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$ ad vnã fractionem ſimplicem, fient $\frac{7}{6}$, quæ 1 valent integrũ, & $\frac{1}{6}$ integri. Subducto igitur integro, reducantur conſequenter $\frac{1}{6}$ & $\frac{3}{5}$, ad vnã fractionem ſimplicem: conſurgent tandem $\frac{23}{30}$. Ergo $\frac{1}{2}$, & $\frac{2}{3}$, & $\frac{3}{5}$, ſimul iuncta, conficiunt 1 integrum & $\frac{23}{30}$ integri: vti ſubſcriptæ monſtrant reductionum formulæ.

[7; 3, 4; 6] $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$. $\frac{7}{6}$, vel 1 & $\frac{1}{6}$ | [23; 5, 18; 30] $\frac{1}{6} \times \frac{3}{5}$. $\frac{23}{30}$, ergo 1 & $\frac{23}{30}$.

Corollariũ de reliquis fractionũ mixturis inuicem addendis.

¶Quoties igitur plures & diuerſæ denominationis fractiones, aut fractiones fractionum quæ mixtæ nũcupãtur, tum inter ſeſe, tũ coniunctim proponẽtur addẽdæ, vel ipſa integra cũ ſimplicibus aut mixtis fractionibus addere fuerit operæpretium: recurrẽdũ erit in primis ad reductionum præcepta, ſecundo huius libri expreſſa capite: deinde per alterutram antecedentium regularum, additio complenda. Nullã enim offendes in eiuſcemodi fractionũ additione difficultatem, ſi reductionis artem ſedula mente notaueris. Quoniam addere in eiuſcemodi fractionibus, nihil aliud (vti nuper

diximus) eſſe videt, q̃ plures fractiones in vnã ſimplicem colligere vel reducere fractionem.

¶ De *ſubtractione prædictarũ fractionum*, Cap. 5.

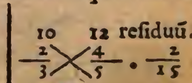
1 SVBTRACTIO AVTEM dictarum fractionum, quemadmodum & illarum additio, duabus abſoluitur regulis. In primis enim, aut duæ fractiones propoſitæ eiuſdem ſunt denominationis, aut diuerſæ, ſed quarum altera in reliquæ denominationem reuocari poteſt: aut talibus exprimuntur denominatoribus, vt altera in alterius nomenclaturã reduci non facilè poſſit. Nam duę tantummodò, in ſubtractione fractiones occurrunt: & minor, ſemper à potentia maiore ſubtrahitur. quoniã æqualis ab æquali, fruſtra: maior autem à minore, nunquàm ſubducitur, veluti de integrorum dictũ eſt ſubtractione. Quæ autem æquales, aut maiores, aut minores potentia dicantur fractiones: primo huius libri capite, ſufficienter declarauimus. Subtractionis fractionum præambula.

2 ¶ Cùm igitur ſubtrahenda & minor fractio, eiuſdem fuerit nominis cum ea, à qua ſubtractio facienda eſt, ſiue id à principio, ſeu per reductionem tandem acciderit: auferẽdus eſt numerator ipſius minoris & ſubtrahendæ fractionis, à ſolo numeratore maioris, & reſiduo numero alterutrius fractionis denominator ſubſcribendus: is enim exprimet, relictam ex præfata ſubtractione fractionem. Dentur in Prima ſubtractionis fractionũ vulgarium regula.

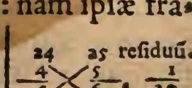
Exempla. exemplum $\frac{2}{5}$, à $\frac{3}{5}$ ſubducenda. Detrahantur itaq; 2 à 3, relinquetur 1, cui ſubſcribantur 5, in hunc modum $\frac{1}{5}$: relinquetur igitur ex ipſa ſubtractione $\frac{1}{5}$. Proponantur rurſum $\frac{3}{5}$, à $\frac{7}{10}$ auferẽda. Reducãtur in primis $\frac{3}{5}$ ad decima, per tertiam regulam ſecundi capitis huius libri: fient $\frac{6}{10}$. Tollantur poſtmodum 6, à 7: relinquetur $\frac{1}{10}$. Haud diſſimiliter, ſi $\frac{5}{9}$ à $\frac{2}{3}$ proponantur auferenda, reduces in primis $\frac{2}{3}$ ad nona, fient $\frac{6}{9}$: à quibus ſi tollantur $\frac{5}{9}$, relinquetur $\frac{1}{9}$.

Secunda eiuſdẽ ſubtractionis regula. ¶Quòd ſi altera propoſitarum fractionum, nõ poſſit in alterius reduci denominationẽ: vtraq; ad vnam ſimplicem & cõmunem fractionẽ reducenda eſt, per quintam eiuſdem ſecundi capitis regulã. Deinde minor fractio à maiori fractione, hoc eſt, minoris fractionis numerator à numeratore maioris auferẽdus: reſiduo ſup vtriuſq; cõmuni denominatore collocato. 3

Exempla. Vtpote, ſi volueris ſubtrahere $\frac{2}{3}$, à $\frac{4}{5}$: reduces in primis ipſa $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{5}$ ad vnã cõmunem & ſimplicem fractionem, vtpote, ad quindecima, ex quibus 10 fient à $\frac{2}{3}$, & reliqua 12 à $\frac{4}{5}$, velut obiecta reductionis formula monſtrat. Auferes itaque 10, à 12, more integrorũ: relinquentur 2, hoc eſt, $\frac{2}{15}$.



Eodem modo $\frac{4}{5}$, ſubducta ex $\frac{5}{6}$, relinquent $\frac{1}{30}$: nam ipſæ fractiones reducuntur ad trigeſima, quorum 24 fiunt à $\frac{4}{5}$, & reliqua 25 ab ipſis $\frac{5}{6}$: & 24



ſubducta ex 25, relinquũt 1. Cuius ſubtractio-
nis, atq; reductionis, obiectã habes formulã.

4 ¶Et proinde manifeſtum eſt, ſi fractio aliqua ab integro vel integris proponatur auferẽda, vertendũ eſſe priùs integrum in fractionẽ ſimplicem, eiuſdem cum data fractione denominationis; per primam eiuſdem ſecundi capitis regulam: deinde abſoluendã eſſe ſubtractionem, vti ſupradictum eſt. Et quoniam numerator reducti integri, idem ſupponitur cũ ſubtrahendę fractionis denominatore: ſufficit ipſius fractionis numeratorẽ à proprio ſubtrahere denominatore, & reſiduum ipſi denominatori ſupraſcribere, detracta tandem vnitate ab ipſo integrorum numero. Vtpote, ſi libeat auferre $\frac{5}{7}$, à tribus integris: tollantur 5 à 7, relinquẽtur 2, quibus ſubſcribantur 7, in hunc modum $\frac{2}{7}$, & tollatur 1 ab ipſis 2 integris. Relinquentur ergo 2 integra, & $\frac{2}{7}$ integri.

Primũ, Corollariũ de ſubtractione fractionis ab integrorum numero.

Exemplũ.

5 ¶Item, ſi plures fractiones ſimplices, aut mixtæ (quæ fractionum fractiones appellantur) à pluribus ſimplicibus, aut mixtis fractionibus, vel mixtas adinuicem, integráve cum datis quibuſcunq; fractionibus, à ſolis integris, aut ſimul cũ oblatis fractionum cõmixturis, ſubtrahere fuerit operæpretium: reducenda fore prius ſingula fractionum genera, cum ipſis integris, ad vnam fractionem ſimplicem, per ipſius antecedentis ſecundi capitis regulas, tam videlicet eorum à quibus ſubtractio facienda eſt, quàm eorũ quæ proponuntur ſubtrahẽda:

Secundum corollariũ, de reliquis ĩtegrorum & fractionum commixturis ĩnuicem ſubtrahendis.

deinde ſubtractionem ipſam, per alterutram duarum antecedẽtium regularum, fore demũ abſoluendam. Vides igitur, totum fractionum artificium, ab ipſa reductione pendere.

¶ De earundem fractionũ multiplicatione, Cap. 6.

MVLTIPLICATIO NON minorem videtur obtinere partẽ in fractis, q̃ in integris numeris: quæ aut inter eaſdem ſolummodò cadit fractiones, aut ſimul cũ ipſis tractatur integris. ¶ Fractiones in pri- I

Regula generalis, de fractionũ inter ſeſe multiplicatione.

mis, etiam qualeſcunq; fuerint, hoc modo inter ſeſe veniunt multiplicãdæ. Ducãtur oblatarum fractionum numeratores, atq; denominatores adinuicem, tam per rectum quàm per obliquum expreſſi: & reſultantis inde fractionis numerator, atq; denominator producetur. Hanc porrò multiplicationem, ſic faciendam eſſe velim intelligas: vt primus tam numerator q̃ denominator ducatur in ſequentem, & productus numerus in ſuccedẽtem, & ſic deinceps vſq; ad vltimum.

Primũ exemplum.

Detur primùm fractio ſimplex, per ſimplicem multiplicanda fractionem: vtpote $\frac{4}{5}$, per $\frac{2}{3}$. Ducantur igitur 4 in 2, fient 8: & 5 in 3, fient 15. Conſurgent igitur ex propoſita multiplicatione, $\frac{8}{15}$.

Secundum exemplũ.

Proponatur inſuper fractio fractionis, per fractionis itidem fractionẽ multiplicanda: verbi gratia $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$, per $\frac{3}{5}$ $\frac{1}{2}$. Ducantur ergo 2 in 1, fient 2: & rurſum 2 in 3, fient 6, quæ tandem

per 1 multiplicata non augentur. Productæ itaque fractionis numerator, erit 6. Ducantur cōſequenter 3 in 4, fient 12: & rurſum 12 in 5, fient 60: & ipſa demum 60 in 2, conſurgent 120. Tantus eſt ipſius productæ fractionis denominator, ſub ipſo numeratore reponendus. Producētur ergo ex ipſa multiplicatione $\frac{6}{120}$, quæ breuiùs per $\frac{1}{20}$ repræſentantur. Eodem modo fractio ſimplex, per fractionē fractionis, aut è diuerſo multiplicabitur. Vtpote, ſi $\frac{4}{5}$ $\frac{1}{3}$, per $\frac{3}{4}$, vel è conuerſo multiplicare fuerit operæpretium: ducenda ſunt in primis 4 in 1, fient 4: & rurſum 4 in 3, fient 12. Tantus eſt productæ fractionis numerator. Ducātur poſtmodum 5 in 3, fient 15: & rurſum 15 in 4, cōſurgent 60, pro denominatore ipſi numeratori ſubſcribenda. Ex ipſa ergo multiplicatione, reſultabunt $\frac{12}{60}$: quæ ad breuiorem reducta fractionem, faciunt $\frac{1}{5}$. Haud alienū habeto iudicium, de cęteris quibuſcunq; tam ſimplicibus quàm mixtis fractionib9, aut datis quibuſuis earundem fractionum commixturis inuicem multiplicandis. Tertiū exemplum.

¶In fractionum itaq; multiplicatione, producta fractio poteſtate minor eſt vtraq; & multiplicanda & multiplicante: cuius contrarium, integrorum videtur accidere multiplicationibus. Quoniam ab vnitate (quæ rationem habet integri) numeri ſurſum aſcendendo, per continuam ipſius vnitatis multiplicationē in infinitum ſemper augentur: ab eadem verò Notandum circa fractionū multiplicationem.

vnitate in quotcunq; partes ſupraſcripto mo-
do fracta, ipſarum partium diſtributio conti-
nuè deſcẽdẽdo poteſtate minoratur. Hinc fit,
vt quemadmodũ integra inuicem multiplica-
ta, producunt numerũ vtroq; integrorum nu-
mero maiorem: ſic in fractionum multiplica-
tione, fractio vtraq; minor generetur. Vt ex
primo colligere licet exemplo. nam $\frac{8}{15}$ mi-
nora ſunt $\frac{4}{5}$, aut $\frac{2}{3}$. Idem cenſeto de cæte-
ris quibuſcunque, & eodem modo productis
fractionibus.

DEVENIENDVM EST conſequenter, 2
ad eas fractionum multiplicationes, quæ vnà
cum ipſis fiunt integris: quas in quatuor diffe
rentias redigemus, & ſuo declarabimus ordi-
ne. In primis ergo, ſi data fractio per inte-
grorum numerum proponatur multiplicanda:
ducendus erit ipſius fractionis numerator, in
datum integrorũ numerum, & inde producto
numeratori eiuſdem fractionis denominator
ſubſcribendus. At ſi data fractio, fuerit alte-
rius fractionis fractio: ea primùm vertatur in
fractionem ſimplicem, per quartam regulam
antecedẽtis ſecundi capitis: dein abſoluatur,
vti nunc expreſſimus, ipſa multiplicatio. In
hac itaq; fractionis per integra multiplicatio-
ne, ſolus fractionis numerator pro datorũ in-
tegrorum augetur multitudine: at non è di-
uerſo. quot & aſtronomicis, hoc eſt, ſexagena-
rijs probabis accidere fractionibus, ſiue mi-
nutis. Dentur in exẽplum $\frac{3}{7}$, per 4 integra

De multiplicatione fractionis p integra, regula ordine ſecunda.

Notãdum.

Exempla.

multiplicanda. Ducantur igitur 3 in 4, fient 12:quibus ſubſcribantur 7, conſurgent ex ipſa multiplicatione $\frac{12}{7}$, quæ ad 1 integrum, & $\frac{5}{7}$ integri tandem reuocantur. Sint rurſum $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$, per 5 integra multiplicanda. Reducantur in primis ipſa $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$ ad fractionem ſimplicem, vtpote ad $\frac{2}{6}$. deinde multiplicentur 2 per 5, fient 10: quibus ſubſcribantur 6, reſultabunt $\frac{10}{6}$, quæ 1 valent integrum, & $\frac{2}{3}$, hoc eſt, duo integri tertia.

3 ¶Secundò, ſi data fractio, per integra cũ fractione proponatur multiplicanda: ducendus erit in primis numerator ipſius datæ fractionis, in integrorum numerum, & productum ipſi denominatori ſupraſcribendum, vti nunc expreſſimus: Deinde fractio in fractionẽ multiplicanda eſt, per primã huius capitis regulã: Tandem ambę fractiones in vnam ſimplicem reducẽdæ ſunt, aut per tertiam, aut per quintam ipſius ſecundi capitis regulam, detractis ſemper (quoties excreuerint) integris. Sint verbi gratia $\frac{2}{3}$, per 5 integra & $\frac{1}{2}$ multiplicanda. Ducantur igitur 2 in 5, fient 10, quæ $\frac{10}{3}$ dicentur: Deinde multiplicentur ipſa $\frac{2}{3}$ per $\frac{1}{2}$, fient $\frac{2}{6}$, quæ breuiùs per $\frac{1}{3}$ repræſentantur, quod vnà cum $\frac{10}{3}$ efficit $\frac{11}{3}$: Tollãtur poſtmodũ integra ab $\frac{11}{3}$, , relinquẽtur $\frac{2}{3}$. Ex hac itaq; multiplicatione, conſurgent 3 integra, & 2 integri tertia.

De multiplicatione fractionis, per integra cum fract. Regula 3.

Exemplũ.

4 ¶Tertiò, ſi fractio cum integris, per integra multiplicãda proponatur: ducenda ſunt priùs

De multipli. fract. cũ integris p integra. Regula 4.

integra adinuicem, per quartum caput libri primi: deinde fractio per integra multiplicāda, per ſecundam huius capitis regulam: & à cōſurgēte fractione, ſubducēda ſunt integra, & prioribus adiungenda. Exempli cauſa, ſint 5 integra & $\frac{2}{3}$ integri, per 4 integra multiplicanda. Ducantur in primis 5 in 4, fient 20 integra: deinde $\frac{2}{3}$ in eadem 4 integra, conſurgent $\frac{8}{3}$, à quibus 2 ſubtrahi poſſunt integra, relictis $\frac{2}{3}$. hæc autem 2 integra, vnà cū ipſis 20, conficiunt integra 22. Ex ipſa ergo multiplicatione, reſultant integra 22, & 2 inſuper integri tertia.

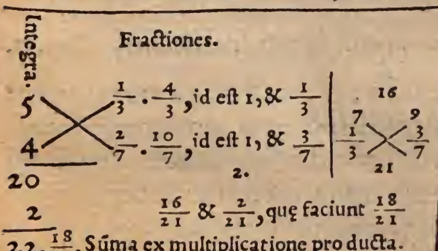
Exemplū.

De multiplicatione fract. cū īte gris, per ītegra cum fractiōe, regula 5.

¶Quartò & vltimò, ſi fractio cū integris per integra cū fractione occurrat multiplicāda: in hunc facito modū. Multiplicētur in primis integra p integra, iuxta quarti capitis libri primi traditionem: deinde fractio multiplicāda, ducatur in integra multiplicantia, ſimiliter & fractio multiplicans, in integra multiplicāda, per ſecundam huius capitis regulam: & inde generatæ fractiones (detractis priùs integris) ad vnam ſimplicem reducantur fractionem: Tandem altera fractionū per reliquam multiplicetur, per primam huiuſce capitis regulam, & inde reſultans fractio, per primā regulam antecedentis quarti capitis, priori adiungatur fractioni, cum qua eiuſdem ſemper erit nominis, quę ſi creuerit ad integri valorē, tollatur integrum, & prioribus addatur integris. Conſurget enim demum, integrorū vnà cum 5

fractione, aut ſine fractione numerus, ex præfata multiplicatione productus. Offerantur exempli gratia, 5 integra & $\frac{1}{3}$, per 4 integra & $\frac{2}{7}$ multiplicanda. Ducantur ergo primùm 5 integra in 4, fient integra 20: deinde $\frac{1}{3}$ in 4 integra, fient $\frac{4}{3}$, quæ 1 valent integrum, & $\frac{1}{3}$ integri: Ducantur conſequenter $\frac{2}{7}$ in 5 integra, fient $\frac{10}{7}$, quæ rurſum 1 valent integrum, & $\frac{3}{7}$ integri. Colligentur ergo 2 integra, ipſis 20 integris adiungenda: conſurgent integra 22. Reducãtur poſtmodùm $\frac{1}{3}$ & $\frac{3}{7}$, ad vnã fractionem ſimplicem, vtpote ad $\frac{16}{21}$. Tandem multiplicetur $\frac{1}{3}$ per $\frac{2}{7}$, fient $\frac{2}{21}$: quę vnà cũ $\frac{16}{21}$, conficiunt $\frac{18}{21}$. Reſultabunt itaq; ex pręaſſũpta multiplicatiõe, integra 22, vnà cum $\frac{18}{21}$: Vt hæc oſtendit formula.

Exemplũ.



6 ¶Poteris autem has quatuor fractionum cum integris, & ſimiles quaſcũq; multiplicationes, per ipſam primam & generalem abſoluere regulam: reductis priùs integris ad fractionem ſimplicem, eiuſdem cum data fractione nominis. Tunc enim numeratores erunt inter ſeſe multiplicandi, ſimiliter & denominatores: vt producta ex ipſa multiplicatione fractio conſurgat, ex qua rurſum coaleſcentia detrahere

4 antecedẽtium regularum, ad primam & vniuerſalẽ notanda reductio.

Exemplū. poteris integra. Reſumantur in exēplū præfata 5 integra cū $\frac{1}{3}$, per 4 integra & $\frac{2}{7}$ multiplicanda. Reducantur itaq; primùm 5 integra ad tertia, fient $\frac{15}{3}$: quæ vnà cum $\frac{1}{3}$, faciunt $\frac{16}{3}$. Deinde 4 integra ad ſeptima reducta, faciunt $\frac{28}{7}$: quæ vnà cum $\frac{2}{7}$, conficiunt $\frac{30}{7}$. Ducantur ergo $\frac{16}{3}$ in $\frac{30}{7}$, iuxta præfatā regulam vniuerſalem, fient $\frac{480}{21}$: quæ tandem ad integra reuocata, exhibent integra 22, relictis $\frac{18}{21}$. Haud alienum habeto indicium, de cæteris quibuſcunq; integrorum, & fractionū tam ſimplicium q̃ mixtarum oblatis, & inuicē multiplicandis ordinibus, ſiue cōmixturis.

¶ De *diuiſione prædictarum fractionum*, Cap. 7.

DIVISIO, QVEMADMODVM & multiplicatio, aut inter ipſas tātùm accidit fractiones, aut ſimul cum ipſis tractatur integris.

Regula generalis, de diuiſione fractionis p fractionē.

¶ Si fractio, per qualemcunq; fra- 1
ctionem diuidenda proponatur: hanc generalem obſeruato regulam. Ducito numeratorem ipſius diuidendæ fractionis, in denominatorē diuidentis: & productum numerum, generatę fractionis facito numeratorem. Quòd ſi denominator eiuſdem fractionis diuidendæ, in ipſius diuidentis numeratorem ducatur: conſurget ipſius procreatæ fractionis denominator, ſub præfato numeratore collocandus.

Notādum. Cùm igitur fractio maior, per minorem diuiditur fractionem: fractio quota demonſtrat,

quoties eadem minor in ipſa maiore & diuidenda fractione contineatur. At ſi minor, per maiorem fractionem diuidi iubeatur: producta fractio tunc indicat, quotam partem ſiue partes eadem minor ipſius maioris fractionis cõpræhendit. Dentur in exemplum $\frac{2}{3}$, Exẽplũ 1. per $\frac{1}{2}$ diuidenda. Ducantur ergo 2 in 2, fient 4: deinde 3 in 1, fient ſolummodò 3, ſub ipſis 4 de more notanda. Prouenient igitur ex ipſa diuiſione, $\frac{4}{3}$. Et quoniam 4 continent 3 ſemel, & 1 præterea tertium: concludes $\frac{2}{3}$ continere ſemel $\frac{1}{2}$, & 1 inſuper ipſius $\frac{1}{2}$ tertiũ.

Quòd ſi verſavice $\frac{1}{2}$, per $\frac{2}{3}$ ſupradicto modo diuitantur: fient $\frac{3}{4}$, denominatore in numeratorem, & è diuerſo tranſmutato: quæ fractio, indicabit ipſum $\frac{1}{2}$, efficere tria quarta eorundem $\frac{2}{3}$. Sint rurſum $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$, per $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{5}$ diuidenda. Exẽplũ 2. Duces igitur 2 in 1, fient 2: & hæc in 4, fient 8: quæ tandem multiplicata per 5, faciunt 40. Tãtus eſt numerator generatę fractionis. Poſtea, duc 3 in 4, fient 12: & hęc rurſum in 3, fient 36: quæ per 1 multiplicata, non augentur. Tantus eſt denominator, ſub eiſdẽ 40 notandus, in hunc modum $\frac{40}{36}$. Aut (ſi velis) reduc vtranqꝫ mixtam fractionem, ad fractionem ſimplicem: vtpote $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ ad $\frac{2}{12}$, & ipſa $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{5}$ ad $\frac{3}{20}$, per quartam regulam ſecundi capitis huius libri. Deinde multiplica 2 per 20, fient 40: & 12 per 3, fient 36. Habes igitur vtroque modo, $\frac{40}{36}$, quæ reuocantur ad $\frac{10}{9}$: vt ſequentes monſtrant formulæ.

$$\frac{2}{3}\ \frac{1}{4} \overset{40}{\underset{36}{\times}} \frac{3}{4}\ \frac{1}{5} \quad \Big| \quad \frac{2}{12} \overset{40}{\underset{36}{\times}} \frac{3}{20}.\ \frac{40}{36}, \text{ vel } \frac{10}{9}.$$

Et quoniam 10, continent 9 ſemel, & $\frac{1}{9}$: concludes propterea, $\frac{2}{3}\ \frac{1}{4}$ continere ſemel $\frac{3}{4}\ \frac{1}{5}$, & nonam inſuper illorum partem. Quòd ſi reſpondenter diuiſeris eadẽ $\frac{3}{4}\ \frac{1}{5}$, per ipſa $\frac{2}{3}\ \frac{1}{4}$: procreabis verſavice $\frac{36}{40}$, ſiue $\frac{9}{10}$, denotantia eadem $\frac{3}{4}\ \frac{1}{5}$, efficere $\frac{9}{10}$ ipſorum $\frac{2}{3}\ \frac{1}{4}$. Non aliter fractionem ſimplicem per fractionem fractionis, aut è diuerſo diuidere poteris: datáſve quotcunq; fractiones, per quaſcunq; volueris fractionum cõmixturas.

Notandum circa fractionũ diuiſionem. ¶Ex ipſa itaque fractionum diuiſione proueniens fractio, diuidenda ſemper eſt maior: cuius contrarium, ex integrorũ videtur accidere partitione. Cúm enim vnitas ſit veluti medium quoddam, inter numeros ex ipſius vnitatis multiplicatione creſcendo reſultãtes, & partes quotas eiuſdem vnitatis fractæ, diminuẽdo poteſtate deficientes: Fit, vt integrorũ numerus per integra diuiſus, reddat numerũ ipſi vnitati propiorẽ quàm ſit diuidendus, & proinde minorem: Et fractio ſimiliter per fractionem diuiſa, procreet fractionem eidem vnitati quàm ſit diuidenda propiorem, & potentia conſequenter maiorem. Quanto enim partes integri, magis ab ipſo diſtant integro: tanto potentia ſunt minores, tametſi à maiori denominentur numero.

¶ CVM AVTEM integra per ſimplicem 2

fractionem proponentur diuidēda: ſic facito. Duc fractionis denominatorē in ipſa integra, & rurſum productum numerum in ipſum denominatorem : nam quotæ fractionis, ex ipſa diuiſione procreatæ numeratorem habebis. Quòd ſi eiuſdem fractionis denominatorem, per ipſum numeratorē multiplicaueris: naſcetur eiuſdem quotæ fractionis denominator. De diuiſione integrorū per fractionē ſimplicem, regula 2.

Sint gratia exēpli 5 integra, diuidenda per $\frac{3}{4}$. Duc igitur 4 in 5, fient 20: & hæc rurſum in 4, conſurgent 80. Tantus eſt procreatæ fractionis numerator. Duc poſtmodùm 4 in 3, fient 12. tantus eſt eiuſdem quotæ fractionis denominator, ſub ipſo numeratore reponēdus. Naſcentur ergo ex ipſa diuiſione $\frac{80}{12}$, quę breuiùs per $\frac{20}{3}$ repræſentantur. Et quoniā 20 cōtinent 3 ſexies, & $\frac{2}{3}$: concludes præfata 5 integra continere $\frac{3}{4}$ ſexies, & $\frac{2}{3}$ præterea ipſorum trium quartorum. Exemplū.

3 ¶Verùm ſi è diuerſo, fractionem aliquam ſimplicem, per integra diuidere fuerit operæpretium : multiplicandus eſt denominator ipſius fractionis per integra, & productus numerus ſub eiuſdē fractionis numeratore collocādus. De diuiſione fractionis per integra, regula 3.

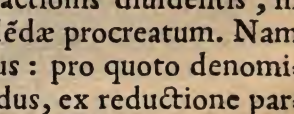
Proponantur in exemplum eadē $\frac{3}{4}$, per ipſa 5 integra diuidenda. Duces igitur 4 in 5, fient 20, ſcribenda ſub 3 in hunc modum $\frac{3}{20}$. Ergo ex ipſa diuiſione, procreabuntur $\frac{3}{20}$: indicantia præfata $\frac{3}{4}$, tantam partem efficere ipſorum 5 integrorum.

4 ¶Si autem integra cum fractione, per integra

De diuiſione integrorum cum fract. p integra cum fractione, Regula 4.

itidem cū fractione diuidenda proponantur: hanc accipe regulam, per quā reductio ſimul atq; diuiſio abſoluitur. Duc vnius fractionis denominatorem, in denominatorem alterius: & productum numerum, cōmunem facito denominatorem. Multiplica deinde ipſum communem denominatorem, per integra diuidenda: & producto adde numerum, qui ex ductu numeratoris diuidēdæ fractionis, in denominatorem diuidentis generatur. Nā inde conſurgens numerus: ipſius quotæ fractionis numerator venit appellandus, ex parte diuidenda procreatus. Ducito poſtmodum pręfatum cōmunem denominatorē, in integra diuidentia: & producto adiungito numerū, ex ductu numeratoris ipſius fractionis diuidentis, in denominatorem diuidēdæ procreatum. Nam inde collectus numerus: pro quoto denominatore venit accipiendus, ex reductione partis diuidētis proueniens.

Exemplū. Obijciantur exempli gratia, 3 integra & $\frac{1}{3}$, per 2 integra & $\frac{1}{4}$ diuidenda. Duc itaq; 3 in 4, fient 12, quæ vocētur cōmunis denominator. Deinde multiplica 12 per 3 integra, fient 36: quibus adde 4, ex ductu 1 in 4 reſultantia, prouenient 40. Tantus eſt numerator procreatæ fractionis. Duc conſequēter ipſa 12 in 2 integra, fient 24: quibus adde 3 ex ductu 1 in 3 prouenientia, reſultabunt 27.



Tãtus eſt denominator, ſub præfatis 40 reſponẽdus. Ex hac igitur diuiſione procreantur $\frac{40}{27}$, quæ valent 1 integrum & $\frac{12}{27}$. De quibus iudicabis, vt ſupra.

5 ¶Sed omnes iſtæ poſteriores & ſimiles quotcunq; regulæ, admiculo reductionis, per primam & vniuerſalẽ regulam abſolui vel facilè poſſunt: imò & aliæ quæcunq; cum ſimplicibus fractionibus, vel fractionibus fractionum inuicem diuidẽdæ cõmixturę. Reductis enim priùs integris, atq; fractionum fractionibus ad fractiones ſimplices: cætera, iuxta tenorẽ ipſi⁹ primæ regulę, veniũt ad implẽda. In cuius rei gratiam, proximum iterũ diſcurrere iuuat exemplum. Sint igitur rurſum 3 integra cum $\frac{1}{3}$, per 2 integra & $\frac{1}{4}$ diuidenda. Reducantur in primis 3 integra ad tertia, fient $\frac{9}{3}$: quæ vnà cum $\frac{1}{3}$, efficiunt $\frac{10}{3}$. Reducantur conſequẽter 2 integra ad quarta, fient $\frac{8}{4}$: quibus ſi addatur $\frac{1}{4}$, reſultabunt $\frac{9}{4}$. Diuidãtur ergo $\frac{10}{3}$ per $\frac{9}{4}$, iuxta tenorem primæ & vniuerſalis regulæ: naſcentur pro quota fractione $\frac{40}{27}$, quę rurſum 1 integrũ, & $\frac{13}{27}$ integri reprę ſentãt. Haud aliter facito, de quibuſcunq; ſimilibus.

Antecedẽtium trium regularũ, ad primam & vniuerſalẽ notanda reuocatio.

Exemplũ.

¶De inuenienda radice quadrata, earundem fractionum uulgarium, Cap. 8.

1 RADICES AVTEM IN FRActionibus vulgaribus, ſemper erũt duplices. Cùm enim ad ipſarũ fractionum expreſſionẽ duo concurrant numeri, vtpote numerator &

Duplex radix in fractionib⁹ accipienda.

denominator:vtriuſq; radix quadrata, per alterutrum duorũ modorum ſeptimi capitis libri primi, ſeorſum accipiẽda eſt. Quoniam radix numeratoris, erit numerator: & ipſius denominatoris radix, denominator quadratę radicis eiuſdẽ oblatæ fractionis. Sit in primis fractio, cuius vterque numerus ſit quadratus: vtpote $\frac{4}{9}$, quorum radicem iubearis habere quadratam. Radix itaq; numeratoris, eſt 2: ipſius verò denominatoris, 3. Scribe ergo 2 ſuper 3, in hunc modum $\frac{2}{3}$: tanta eſt radix quadrata ipſorum $\frac{4}{9}$. Sit rurſum fractio, cuius neque numerator neque denominator ſit quadratus: vtpote $\frac{5}{11}$. Per primum itaq; modum præ allegati ſeptimi capitis libri primi, radix numeratoris erit 2 & $\frac{1}{4}$: ipſius verò denominatoris, 3 & $\frac{1}{3}$. Vnde collecta, & veritati admodùm propinqua radix ipſorum $\frac{5}{11}$, erit $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$. Per ſecundum autem eiuſdẽ ſeptimi capitis modum (ſi præciſiorem optaueris radicem) antepoſitis vtrique & numeratori & denominatori tribus tziphrarum binarijs: radix numeratoris erit 2236, ipſius verò denominatoris 3316, quæ ſimul faciunt $\frac{2236}{3316}$. Hæc autẽ per ſexagenariam fractionis rationem (vt eodem admonuimus capite) diſtributa: reddunt tandem pro radice numeratoris 2 integra, prima minuta 14, ſecunda 9, tertia verò 36, quæ non faciunt omnino 2 & $\frac{1}{4}$: pro denominatoris autem radice, 3 integra, prima minuta 18. ſecunda 57, tertia verò

Exemplũ in quadrata fractiõe.

Exemplũ de fractione nõ quadrata.

36, quæ non complent 3 & $\frac{1}{3}$.

2 ¶ ALIVM IVVAT annectere modum inueniendarũ quadratarum radicum, in gratiam non quadratarũ fractionum principaliter excogitatum. Propoſita igitur quacunque fractione, cuius quadratã iubearis inuenire radicem: mutuato quencunque volueris numerum, & illum multiplica per oblatæ fractionis denominatorem, productúmq; futuræ radicis denominatorẽ facito. Ipſum deinde mutuatum numerum ducito in ſeipſum, & quadratum eiuſdem ducito in ipſius datę fractionis denominatorem, rurſúmq; productum per numeratorem eiuſdem fractionis multiplicato: conſurgentis demum numeri quadratam extrahito radicem, per primam partem ipſius præallegati ſeptimi capitis libri primi. nam ea erit numerator ipſius oblatę radicis, ſupra denominatorem ſolito more notandus. Repetantur in exemplum, præfata $\frac{4}{9}$: ſitq; mutuatus numerus 60. Duc igitur 60 in 9, fient 540: tantus eſt futuræ radicis denominator. Duc poſtmodum 60 in ſeſe, fient 3600: quæ ducta in 9, reddunt 32400: & rurſum per 4 multiplicata, conficiunt 129600. Quorum radix quadrata, eſt 360: tantus eſt numerator, ſuper eadem 540 in hunc modum collocandus $\frac{360}{540}$. Hæc autem $\frac{360}{540}$, reducuntur ad $\frac{2}{3}$: tanta eſt radix ipſorum $\frac{4}{9}$, quantam iuxta primũ modum nuper adinuenimus. Reſumãtur iterũ, ipſa $\frac{5}{11}$: ſitq; idem mutuatus numerus 60. Si

Modus inueniẽdi radicẽ quadratã, fractionib9 peculiaris.

Exẽplũ. 1.

Exẽplũ. 2.

duxeris ergo 60 in 11,fient 660:quę pro futuræ radicis denominatore ſeruabis. Ducatur poſtmodum quadratum ipſorum 60, hoc eſt, numerus 3600 in eadem 11,fient 39600: quæ rurſum per 5 multiplicata, reddunt 198000. Quorum radix quadrata,eſt propemodũ 445: quæ ſuper ipſa 660 pro numeratore locabis, in hunc modum $\frac{445}{600}$. Hæc autem $\frac{445}{660}$, reducuntur ad $\frac{89}{132}$, quæ valent $\frac{2}{3}$ & vnum ferè quartum vnius tertij: quantam videlicet nuper offendimus quadratã radicem ipſorũ $\frac{5}{11}$.

Corollariũ. Quanto igitur mutuatus numerus fuerit maior,tanto præciſiorem radicem non quadratarum fractionum obtinebis.

Notãdum. ¶Non aliter & iudicandum,& faciendum eſſe exiſtimato,de cæteris quibuſcunq; fractionibus:hoc ſolùm adiuncto, quòd ſi data fractio fuerit alterius fractionis fractio,ea priùs in ſimplicẽ venit reducenda fractionem: Etſi fractioni cohæreant integra, ea ſimul cũ fractione ad vnam ſimplicem fractionem fore reuocanda.

¶De cubica præmiſſarum fractionũ radice, Cap. 9.

Prim⁹ modus extrahẽdi cubicã fract. radicem.

HAVD DISSIMILI VIA, I
datæ cuiuſcunq; fractionis ſimplicis, cubicæ ſunt extrahendæ radices, altera quidem numeratoris, altera verò denominatoris ipſius oblatæ fractionis: Id'q; per alterutrum modum, octauo capite libri primi declaratũ.

Quoniam radix cubica numeratoris, erit numerator: & cubica radix denominatoris, ipſius cubicæ & optatæ radicis erit denominator. quemadmodũ proximo capite, de quadratis earũdem fractionũ prædictum eſt radicibus.

Sit in primis oblata fractio, cuius vterq; numerus ſit cubus: vtpote, $\frac{8}{27}$. Radix itaq; numeratoris eſt 2, & ipſius denominatoris 3, quę ſimul faciunt $\frac{2}{3}$: tanta eſt cubica radix ipſorum $\frac{8}{27}$. Eſto rurſum fractio, cuius neuter numerus ſit cubus: vtpote, $\frac{10}{29}$. Per primum itaq; modum eiuſdem octaui capitis libri primi, radix numeratoris eſt 2 & $\frac{1}{3}$, ipſius autem denominatoris 3 & $\frac{2}{9}$, quæ ſimul faciunt $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{3}$ · $\frac{2}{9}$: tanta eſt radix cubica propinqua veritati ipſorum $\frac{10}{29}$. Per ſecundum porrò eiuſdẽ octaui capitis modum, ſi vtriq; & numeratorí & denominatori geminos antepoſueris tziphrarum ternarios, & tenorem præcepti ad vnguem obſeruaueris: offendes radicem cubicam numeratoris eſſe 215, ipſius verò denominatoris 307, quæ ſimul faciunt $\frac{215}{307}$. Hæc autem per ſexagenarium articulum ſolito more diſtributa, dant pro radice cuba numeratoris 2 integra, & 9 ſexageſima ſiue minuta, quæ non faciunt omnino 2 & $\frac{1}{3}$: pro ipſius verò denominatoris radice 3 integra, & minuta 4, ſecunda verò 12, quæ non faciunt prǫciſè 3 & $\frac{2}{9}$, per primum modum adinuenta.

Exẽplũ 1.

Exẽplũ 2. pro nõ cubis fractionibus.

2 ¶ALIVM, velut in quadratis, libet ſubiungere modum: quo tam cubicæ, q̃ non cubicæ

Alius modus valde notandus.

fractionis,radix præciſè admodũ extrahitur.
Data itaq; fractione ſimplici, cuius radix cu-
bica deſideretur,mutuetur rurſum(vt in qua-
dratis) aliquis numerus,per quem oblatæ fra-
ctionis denominator in primis multiplicetur:
nã productus numerus,erit ipſius quotę radi-
cis denominator. Ipſe poſtea mutuatus nume
rus ducatur in ſeſe cubicè, & inde generatus
cubus per ipſius datę fractionis denominato-
rem cubicè rurſum multiplicetur,& productus
tandem numerus in eiuſdem fractionis nume
ratorem ducatur,atq; reſultantis inde numeri
cubica radix extrahat̃,per primã partẽ ipſius
octaui capitis præallegati libri primi:nam ip-
ſa erit numerator eiuſdem optatæ radicis.

Exẽplũ. 1. Reſumantur in exẽplũ,data nuper $\frac{8}{27}$: ſitq;
mutuatus numerus 6. Duc itaq; 27 in 6,fient
162 : tantus erit futuræ radicis denominator.
Poſtea ducito 6 in ſeſe cubicè, fient 216,quæ
ducta in 27,efficiunt 5832, & rurſum per ea-
dem 27 multiplicata, reddunt 157464 , quæ
tandẽ multiplicata per 8, cõficiunt 1259712,
quorum radix cubica eſt 108: tantus eſt eiuſ-
dem radicis numerator,ſuper ipſa 162,in hũc
modum reponendus $\frac{108}{162}$. Hæc autem $\frac{108}{162}$, re-
ducũtur ad $\frac{2}{3}$: tanta eſt radix cubica ipſorũ
$\frac{8}{27}$, quantam videlicet per primum modum
Exẽplũ. 2. nuper offendimus. Proponantur rurſum præ- 2
fata $\frac{10}{29}$: ſitq; idem mutuatus numerus 6. In
quem ducantur in primis 29 , fient 174: tan-
tus eſt futurę radicis denominator. Ducantur

poſtmodum 6 in ſeſe cubicè, fient 216, quæ multiplicata per 29, efficiunt 6264, & rurſum ducta in eadem 29, reddunt 181656, quæ ducta tãdem in 10, conficiunt 1816560, quorum radix cubica eſt 122: tantus eſt ipſius cubicæ radicis numerator, ſuper eadem 174 collocandus, vt hic $\frac{122}{174}$. Hæc autem $\frac{122}{174}$, reducuntur ad $\frac{61}{87}$, quæ paulo maiora ſunt $\frac{2}{3}$: Radix ergo cubica veritati proxima, ipſorum $\frac{10}{29}$, eſt $\frac{61}{87}$.

Quanto igitur numerus mutuatus fuerit maior: tanto præciſiorem radicem cubicam, in non cubicis offendes fractionibus. Corollariũ.

Porrò vbi data fractio fuerit alterius fractionis fractio, aut cum ipſa fractione data adfuerint integra: reducenda erit in primis ipſa fractio mixta, ſimiliter & integra cum data fractione, ad vnicam fractionem ſimplicẽ. Quemadmodum in cæteris prædictarum fractionum operationibus iuſſimus obſeruandũ. Notãdum.

SECVNDI LIBRI
Arithmeticæ practicæ
FINIS.

EIVSDEM ORONTII,
Liber tertius Arithmeticę practicæ: De fractis ſecundum Aſtronomos numeris, ſiue minutis integrorum ſexagenarijs.

De ratione numeri ſexagenarij, ac inde deductis integrorum fractionibus, Cap. 1.

Cur numerus 60. ab Aſtronomis electꝰ ſit.

NON MEDIOCREM 1
ſupputationibus videtur addere facilitatē: ſi per commodiorum numerorum integra ipſa frangātur diſtributiones. Cùm igitur numerus ſexagenarius, cæteris omnibus intra centenarium cōpręhenſis numeris, tum partium quotarum multitudine, tum expedita multiplicandi atq; diuidendi facilitate (vt ſuo loco fiet manifeſtum) aliíſq; nominibus longè præſtare videatur: hunc propterea inter cęteros numeros elegerunt Aſtronomi, vtpote quem in frangendis illorum integris, & ſupputandis cæleſtium motuum atq; temporum reuolutionibus, præuiderunt aptiſſimum.

¶Præterea, cùm cęlorum motus ſit circularis, & circularibus congenitus orbibus: is non potuit cõmodiùs, quàm per circuli partes, in certum aliquem redigi calculum. Elegerunt itaq; circulum Solis, cæteris tum dignitate, tum neceſſitate præferendum, vtpote, ad quem reliquorum ſyderum motus referũtur: quem circulum, appellant Zodiacum, ad proprium Solis motum, ſingulo anno, 365 dies naturales & 6 ferè horas complectente, deſcriptum.

Circulariũ ſiue aſtronomicarũ fractionũ origo.

Zodiacus circulus.

2 ¶Hunc itaque Zodiacum circulum, diuidunt in primis in 12 partes inuicem ęquales, 12 anni menſibus propemodum reſpondentes: quæ ſigna, hoc eſt, inſigniores circuli partes appellantur, ſub quibus diſcurrente Sole, hæc inferiora ſignanter mutari conſpicimus. Quodlibet inde ſignum, in 30 partes inuicem pariter æquales diuidunt, numero dierũ vnius menſis ferè reſpondentes: quæ ipſius circuli (vt dies naturales ipſius temporis) integra dicũtur, & peculiari nomine vocitantur gradus. Vnumquenq; porrò gradum, in ſexagenarias minutorum ſubdiuidunt diſtributiones. Vnde quælibet ſexageſima pars ipſius gradus, vnũ primum nuncupatur minutum: quælibet autem minuti pars ſexageſima, vnum ſecundum: & quælibet ſexageſima pars ipſius ſecundi, vnũ tertium: & deinceps hoc modo, quantumlibet vltra progrediendo. Hæ autem graduum ſiue integrorũ per ſexagenarium numerum obſeruatæ diſtributiones, fractiones appellantur

12 zodiaci ſigna.

Signi gradus 30.

Graduum fractiones ſexagenariæ.

aſtronomicæ:quarũ quæ à maiori denominan-tur numero potentia ſunt minores, quemad-modum de vulgaribus dictũ eſt fractionibus.

De cæteris circulis à Zodiaco. ¶Hanc prætere a ſignorum, graduum, atque fractionum ſexagenariam partitionem: obſer-uant & alij quicunq; circuli, ad ipſius Zodiaci & primarij circuli imitationẽ. Sed ipſius Zo-diaci ſigna, proprias habent nomenclaturas (de quibus capite ſecundo, libri ſecũdi Sphæ-ræ noſtrę ſiue Coſmographiæ, abundè dictum eſt) cæterorum verò circulorum ſigna, ſolis exprimuntur numeris.

De tẽporũ aliarúmve rerum fra-ctionib⁹ ſe-xagenarijs. ¶Haud diſſimiliter, integra tẽporis, hoc eſt, 3 dies ſingulos naturales, in 60 partes inuicem æquales nõnulli diuidunt Aſtronomi, quę die-rum vocantur minuta: & minutum quodlibet, in 60 ſecunda: & deinceps in tertia, quarta, quinta, &c. Sed ipſi dies naturales, communi-ter diuiduntur in 24 horas æquales: & hora quælibet, in 60 minuta: & minutũ quodlibet, in 60 ſecunda: & ſic conſequenter, ſexagena-ria quantũuis continuata diſtributione. Idem quoque fit de horis, quæ inæquales appellan-tur. Adde, quòd partes linearum rectarum, in circulo ſubtenſarum (quæ chordæ, vel ſinus recti nũcupantur) hanc ſexagenariã fragmen-torum partitionem reſpondenter obſeruãt: & alia quamplurima, quæ ſigillatim recenſere longum eſſet.

Recolle-ctiones, iti-dem ſexa-genariæ. ¶Quemadmodum pręterea à circuli gradibus 4 vel integris, eiuſdem circuli fractiones per

continuam diuiſionẽ ſexagenariam poteſtate decreſcunt: ſic ex eiſdem gradibus ſurſum aſcendendo, ſexagenariæ nonnunquam obſeruātur recollctiones, tanto quidem poteſtate maiores, quāto plus diſtant ab ipſis gradibus. Ex 60 nanque gradibus, colligitur vnum ſignum, duo cõmunia comprȩhendens ſigna: ex 60 verò ſignis vnum primū, & ex 60 primis vnum ſecundū, & ſic deinceps quantumlibet aſcendendo. Haud diſſimiliter in temporis partitione, ex 60 diebus vnum primum maius colligitur: & ex 60 primis vnum ſecundū, & ſic deinceps quantumlibet, ſed raro tranſcenditur quartū. Id autem fit, vt ſub breuiſſimis numeris, multæ circulationes, tẽporúmne reuolutiones includantur: atque vt ſexagenarij numeri ſupputando continuetur cõmoditas. Quemadmodum in plæriſque tabulis aſtronomicis, cuiuſmodi ſunt Alphonſinæ, videmus obſeruatum.

5 ¶AD IPSARVM autem fractionū aſtronomicarum expreſſionem deueniendo, illud in primis vniuerſaliter obſeruandum eſt: vt quæ potentia ſunt maiores læuorſum, minores verò dextrorſum, congruis reprȩſententur elementis, & ſuo diſtribuātur ordine, vnaquaque fractionis differentia proprio inſignita titulo. Et ſi duos, aut plures earundem fractionum ſimul oporteat exprimere ordines (vt in ſequentibus continget operationibus) obſeruetur earum quæ eiuſdem ſunt nominis debita

Documenta generalia in fractionū expreſſione ſeruanda.

reſpondẽtia: ſic vt ſigna prioribus ſubſcriban-
tur ſignis, & gradus gradibus, atq; minuta mi-
nutis, & reliqua reliquis. Quòd ſi forſitan ali-
qua fractionum intermediarum ſpecies, expri-
menda minus occurrerit, vtpote, minuta cum
tertijs, nullis intercidentibus ſecundis: locus
illius vnica, aut gemina tziphra venit occu-
pandus. Adde, quòd ſigna cõmunia, in maio-
ra ſigna colligenda ſunt, & relicti gradus pau
ciores 60, vnà cũ occurrentibus gradibus ſuo
loco notandi priùs, q̃ operationem aliquã per
ſexagenariã adgrediaris ſupputandi rationẽ:
Finito enim calculo, ipſa maiora, hoc eſt, ſexa
genaria ſigna, in cõmunia (quę 30 ſolummodò
gradibus conſtant) reuocare vel facilè licebit.

¶ De *fractionum aſtronomicarũ additione*, Cap. 2.

ADDITIONEM, ATQVE
reliquas ſuccedẽtes aſtronomica-
rum fractionũ operationes, haud
diſſimili via docebimus abſolue-
re, quæ de integris libro primo tra
dita eſt: idem ſcilicet de ſingulis obſeruando
fractionum differentijs, quod illic de ſolis ele

Additionis fract. aſtronomicarũ ſummaria regula.

mentis faciendum admonuimus. ¶ Diſpoſitis 1
itaque addendarum fractionum ordinibus, vti
proximo iuſſimus capite: à dextris & ſubtilio-
ribus additio venit initianda, & ſpeciatim ver
ſus læuam proſequenda, ſingularum fractio-
num vnitates, poſtea denas, ſolito more colli-
gendo. Quoties autẽ alicuius fractionis denæ,

In plures 5 reſultauerint:pro quibuſlibet 6 denis, vnitas proximè ſuccedenti verſus læuam ordini ſiue ſpeciei venit adijciēda,& reliquus ſubſcribendus numerus, qui nunquã excedat 59. Cùm porrò deuentũ fuerit ad gradus,pro quibuſlibet 30 gradibus vnum cõmune ſignũ colligatur: vel ex 60 gradibus 1 ſignum maius,vbi ſexagenariam operæpretium erit continuare diſtributionem. Etſi additione finita, collecta ſigna circulum exuperauerint:tollendæ ſunt integræ circuli reuolutiones, quoties id fieri permittetur,ni forſitan operationis canon contrarium obſeruare compellat. In horarijs porrò temporum fractionibus, cùm ad ipſas peruentum fuerit horas, pro quibuſlibet 24 horis,vnus dies colligēdus eſt, & reliquis addendus:à quibus quidem diebus, quemadmodum & rectarum linearũ partibus ſiue integris,nihil erit detrahendum. Integrę circuli reuolutiones tollendę.

2 ¶Proponantur in exemplum, tres ſubſcripti fractionum aſtronomicarum ordines, à vulgaribus ſignis (quorũ quodlibet, 30 cõplectitur gradus) vſq; ad tertia diſtributi: ſub quibus, tranſuerſalis deſignetur lineola. Et cõponantur in primis ipſa tertia, inſtar integrorum, fient 73: à quibus tollantur 60, relinquentur 13,ſub tertiorum ordine notanda. Coaceruentur poſtmodũ ſecunda, & inde reſultanti numero addatur 1, pro detractis nuper 60 tertijs,conſurgent ſecunda 93: à quibus auferantur runſum 60,relinquentur 33, ſcribenda ſub Exemplũ additionis fract. aſtronomicarũ.

ſecundorum titulo. Ratione autē ipſorum 60 ſecundorum, addatur conſequenter 1 præcedentibus minutis inuicem cōpoſitis, reſultabunt minuta 132: à quibus poſſunt auferri bis 60, relictis 12. Quibus ſubſcriptis, congregentur gradus, & producto numero addantur 2, pro nuper detractis bis 60 minutis, conſurgent gradus 68: à quibus poſſunt auferri bis 30 (quæ 2 efficiunt cōmunia ſigna) relictis 8 gradibus. Subſcribantur ergo 8, & addantur 2 ipſis ſignis inuicem collectis, reſultabunt ſigna 15: à quibus ſubducantur 12, integrum efficientia circulū, relinquentur 5. Quibus ſubſcriptis, cōſurgēt ex præfata trium ordinum additione ſigna 5, gradus 8, minuta 12, ſecunda 32, & 13 tertia.

Signa.	Gradus.	Minuta.	Secūda.	Tertia.
8.	25.	36.	53.	30.
5.	23.	45.	00.	27.
2.	18.	50.	39.	16.
5.	8.	12.	32.	13.

Aliud exēplū, de tēporis fract. inuicē addendis.

¶In maiorem ſingulorum expreſſionem, ſubſcriptam libet addere formulam: in qua totidē fractionū temporis proponuntur ordines, ab ipſis diebus (quorū quilibet, 24 cōplectitur horas) vſq; ad tertia diſtributi. Quorū additio in hoc ſolùm diſcrepat à ꝓxima, quoniā pro quibuſlibet 24 horis vn⁹ colligitꝰ dies: & ipſi dies tandē 3

Dies.	Horæ.	Minuta.	Secūda.	Tertia.
27.	19.	50.	56.	28.
19.	16.	39.	41.	17.
15.	20.	00.	43.	9.
63.	8.	31.	20.	54.

reuocantur in menſes. Habes igitur ex hac additione propoſita, dies 63, horas 8, minuta 31, ſecnnda 20, tertia 54.

¶Quòd ſi forſitan ſigna fuerint maiora, in 60 gradus diſtributa, vel ipſi dies in 60 minuta frangantur: continuanda erit additio, pro ratione ſexagenarij numeri, vt in ipſis graduum & horarum obſeruatur fractionibus. Notādum

¶De Subtractione prædictarum fractionū, Cap. 3.

SVBTRACTIO AVTEM fractionum aſtronomicarum, in hunc modum reſpondenter abſoluenda eſt.
1 Diſponantur in primis vtriuſq; ordinis fractiones, vti proximis dictum eſt capitibus: ſic tamen, vt ſubtrahendus ordo inferiorem locum obtineat. Duo enim tantùm in ſubtractione concurrunt fractionum ordines, vtpote, is à quo facienda eſt ſubtractio, & ſubtrahendus: ſub quo, linea recta de more producenda eſt. Deinde, à minima fractionū exordiendo differentia, ſubtrahantur ſingulæ fractiones inferiores, à ſingulis ſuperioribus & eiuſdē generis fractionibus, veluti capite tertio libri primi, de integrorū dictū eſt ſubtractione: ſubnotatis infra lineā tranſuerſalē reſiduis numeris. Subtractionis fractionum aſtronomicarum, regula generalis.

2 ¶Cùm porrò denæ ſubtrahendarum fractionum, à ſuperioribus denis auferri nō poterūt: tollantur ex 60, & reſiduum vnà cum ſurſum occurrētibus denis ſubſcribatur. Ratione autē Quādo inferior fractio à ſuperiore nō poteſt auferri.

numeri 60, à proximè maiori fractione poten tia mutuati, iungenda eſt vnitas proximè maioris & ſubtrahendæ fractionis vnitatibus: & conſurgens inde numerus, à ſuperiori ſolito more tollendus. Vbi autẽ ad gradus perueneris, & ſigna fuerint cõmunia: tolles huiuſcemodi denas inferioris numeri à 30, & reſiduũ cum ſuperiore ſubſcribes numerum, addéſque ſignis ipſius ordinis ſubtrahendi vnitatem.

De gradibus ſignorum cõmunium.

De horis dierum.

At ſi fractiones ipſæ fuerint non circuli, ſed tẽporis, & inferiores horæ à ſuperioribus auferri non poſſint: hæ ſubducendæ ſunt ex 24, & reſiduus horarum numerus cum ſupraſcripto infra lineam annotãdus, addita tunc vnitate ipſis diebus ſubtrahendis. Item, quoties in ſupputationibus aſtronomicis, maior ſignorum numerus (vt plęrunq; fit) à minori propo netur auferendus: mutuanda erit integra reuolutio circuli, 6 maiora, vel 12 minora ſigna comprehendens (quæ in additione reijcitur) & facta ſubtrahendorũ ſignorum detractione, reſidua infra lineam ſunt annotanda.

De ſignorũ ſubtractione, notãdũ.

Exemplũ ſubtractionis fract. aſtrono.

¶Offerantur exempli gratia, 8 ſigna communia, gradus 21, minuta 12, ſecunda 25, tertia 37: auferanda à 6 ſignis itidem communibus, gradibus 15, minutis 4, ſecundis 30, & 49 tertijs. Tollantur itaque primùm 37 tertia, à 49 tertijs: relinquantur 12, directè ſuſcribenda. Auferantur deinde 25 ſecunda, à 30 ſecundis: relinquantur 5, ſuo loco infra lineam deſignãda. Poſtea, quoniam 12 minuta non poſſunt

auferri ex 4 minutis : tollantur igitur ex 60, relinquentur 48, quæ vnà cũ ipſis 4 efficiunt 52. Subſcribantur ergo 52 : & ratione mutuati numeri 60, adde 1 ſubtrahẽdis gradibus, fient gradus 22. qui cùm non poſſint auferri à 15: tollantur à 30, relinquentur 8, qui vnà cum ipſis 15 efficiunt 23. Subſcribantur ergo 23: & addatur 1 ſubtrahẽdis ſignis, fient 9. quæ rurſum non poſſunt auferri à 6: ſubducantur igitur ex 12, relinquentur 3, quæ vnà cum ipſis 6 efficiunt 9, ſub ſignorũ ſcribẽda titulo. Relinquentur igitur ex propoſita ſubtractione, ſigna communia 9, gradus 23, minuta 52, ſecunda 5, & 12 tertia.

Signa.	Gradus.	Minuta.	Secũda.	Tertia.
6 ·	15 ·	4 ·	30 ·	49 ·
8 ·	21 ·	12 ·	25 ·	33 ·
9 ·	23 ·	52 ·	5 ·	12 ·

¶Examinetur in maiorem omnium fidẽ, ſuccedens fractionum temporis formula. In qua dies 67, horæ 20, minuta 39, ſecunda 36, tertia 54, auferuntur à diebus 154, horis 15, minutis 30, ſecundis 48, tertijs verò 27: & relinquunt dies 86, horas 18, minuta 51, ſecunda 11, tertia deniq; 33. Ad ſubtractionẽ itaq; horarũ 21 (nã ex minutis, reſumẽda eſt hora 1) mutuãtur horæ 24: à quibus ſubductis 21, remanẽt 3, quæ vnà cũ 15 efficiũt 18. Cætera vero à præmiſſa ſubtrahẽdi ratione nõ diſcordant. Aliud exẽplum, in tẽporis fract.

Dies.	Horæ.	Minuta.	Secũda.	Tertia.
154 ·	15 ·	30 ·	48 ·	27 ·
67 ·	20 ·	39 ·	36 ·	54 ·
86 ·	18 ·	51 ·	11 ·	33 ·

De earundem fractionũ multiplicatione, Cap. 4.

MVLTIPLICATIO ATQVE 1
diuiſio in his fractionibus aſtronomicis, quemẽadmodum & in integris numeris, præcipuas in ſupputationibus vidẽtur obtinere partes: vtpote, quoniam aſtronomici canones, ex quatuor proportionalium regula pendentes, partim multiplicationis, partim verò diuiſionis abſoluuntur officio. Duo autem, in fractionum aſtronomicarum multiplicatione veniunt conſideranda. Primum eſt, denominatio producti ex duarum quarumuis fractionum multiplicatione numeri: alterum eſt ipſe diuidẽdi modus, quẽ duplici via nitemur reddere facilem.

Inuẽtio denominationis productarum fractionum.

In expeditam primi adinuentionẽ, ſequentẽ 2
ordinanimus tabellam. In quam ſi lateraliter ingrediaris, hoc eſt, ſi denominatorem multiplicandæ fractionis in vertice, multiplicantis verò in læuo & extremo latere, aut è diuerſo ſumpſeris: offendes ad communem vtriuſque angulum, ipſius productæ fractionis denominationem. Vt ſi libeat agnoſcere, qualis fractio generetur ex ductu tertiorum in quarta, accepta quartorum denominatione ad ipſius tabellæ verticem, ipſorum verò tertiorũ denominatione in ordine læuo: offendes ad communem vtriuſque angulum 7, hoc eſt ſeptima. Concludes igitur, tertia per quarta, aut è

diuerſo multiplicata, efficere ſeptima. Haud diſſimiliter, minuta ducta in ſecunda, reddere tertia: & ſic de cæteris.

Tabella denominationum productarum ex multiplicatione fractionum.

Signa	gra.	mi.	ſecũ.	tertia	quarta	quĩta	ſexta	ſeptĩa	octaua.
grad.	g.	m	2	3	4	5	6	7	8
minu	m	2	3	4	5	6	7	8	9
ſecũda	2	3	4	5	6	7	8	9	10
tertia	3	4	5	6	7	8	9	10	11
quarta	4	5	6	7	8	9	10	11	12
quinta	5	6	7	8	9	10	11	12	13
ſexta	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ſeptima	7	8	9	10	11	12	13	14	15
octaua	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Cùm igitur fractio, per eiuſdem, alteriúſue nominis fractionẽ multiplicatur: fractio producitur, ab vtriuſque denominatoribus ſimul iunctis denominata. Ex graduum autem per gradus multiplicatione, proueniunt gradus. Idem cenſeto, de rectarum linearũ partibus. Cùm porrò gradus, aut partes, per fractionẽ aliquam multiplicantur: eiuſdem nomenclaturæ fractio producitur. Notanda.

3 QVANTVM AD SECVNDVM, contingit in primis, vnã fractionem in alteram tantùm, aut plures fractionũ differentias, per vnã aut plures fore multiplicandas: Et vtraq; multiplicatio duobus modis abſoluitur, mediante

ſcilicet reductione,& abſq; reductionis artifi-
Prim9 modus multiplicādi vnā fract. per alteram. cio. ¶Si iuxta primā viam multiplicationem
exercere libuerit, & vna tantùm fractio per
aliam multiplicāda proponatur:id facies mo-
re integrorum, per doctrinā quarti capitis li-
bri primi,coadiuuante ſexto eiuſdem libri ca-
pite, dempta producti numeri denominatio-
ne, quæ ex prima huiuſce capitis parte colli-
Exemplū. gitur. Vt ſi volueris exempli gratia, multi-
plicare 50 minuta,per 40 ſecunda:producen-
tur 2000, quæ tertia dicentur. nā denomina-
tor primorum minutorum eſt 1, ſecundorum
verò 2:qui ſimul iuncti,conficiunt 3. Quòd ſi
eadem 2000 tertia, per 60 diuiſeris: ea ad 33
ſecunda,& 20 tertia reuocabis.

De multiplicatione pluriū fractionū ad inuicē,iuxta pri.modum. ¶At ſi plures, diuerſorúmq; nominū fractio- 4
nes inuicem proponantur multiplicandæ: re-
duces in primis vtrunq; & multiplicandum &
multiplicantem fractionum ordinem, ad mi-
nimæ fractionis denominationē,quæ in vtro-
que continetur ordine: per ſexagenariam vi-
delicet multiplicationem,iuxta ipſius ſexti ca
pitis libri primi traditionem. Deinde multi-
plicabis vnū reſultantium numerorum, in re-
liquum,animaduertéſque producti denomina-
tionem:ipſum autem productum ex multipli-
catione numerum,per obſeruatā rurſum ſexa-
genariam partitionē,in ſuas fractionum pote-
Exemplū. ris reuocare differentias. Proponantur in ex-
emplum,minuta 15,ſecunda 20:per tertia 10,
& 12 quarta multiplicāda. Duc itaq; minuta

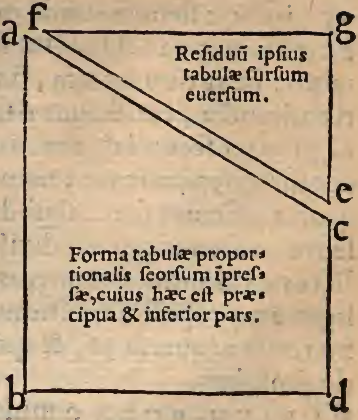
15, in 60: fient ſecunda 900, quæ vnà cum 20, efficiunt 920. Ducãtur ſimiliter 10 tertia, in 60: fient 600 quarta, hæc autem 12 quartis adiuncta, conficiunt 612. Multiplicentur ergo 920 ſecunda, per 612 quarta: producentur 563040 ſexta, nam ſecunda ducta in quarta efficiunt ſexta. Quòd ſi eadem 563040 ſexta, eatenus per 60 diuiſeris, quatenus relictus ex diuiſione numerus ſit minor 60: colliges ex propoſita fractionum multiplicatione tertia 2, quarta 36, & quinta 24. ſic facito de ſimilibus.

5 ¶ALIVM PORRO multiplicãdi libet deſcribere modum, quo eaſdem fractiones ſexagenarias abſq; reductione celeriùs ferè, quàm integros poteris multiplicare numeros: per tabulam videlicet proportionalem appellatã, omnibus aſtronomicis ſupputationibus indifferenter adcommodam, quam tibi ſeorſum perſtrinximus, & ſimul curauimus impreſſam. De cuius ratione ac vſu generali, nõnulla præfari eſt operæpretium. Intelligẽda eſt tabula ipſa, veluti rectangulũ quoddã triangulũ, ſub trapezio a b c d, & trũcato atq; ſurſum euerſo triãgulo e f g, cõprehenſa: ſic enim videbatur diſponenda, ne bis iterarentur numeri, & ſub vnica papyri charta perſtringerentur. Ipſius porrò tabulæ numeri, alij laterales, alij vero areales nuncupantur. Laterales vocãtur ij, qui circa illius continentur latera: quorum duo ſunt ordines principales, ſcilicet qui in a b,

De ratione ac vſu tabulæ proportionalis ſeorſum impreſſæ.

Numeri laterales.

deſcribũtur latere, & qui partim in a c/ partim verò in e f laterib9 diſtribuuntur, nã c d/ aut e g/ lat9, cõtinet infimam partẽ ipſius a b.



Numeri areales.

Areales verò dicũtur numeri, qui ipſius trapezij a b c d, vel trianguli e f g/ occupant aream: & ex ſingulorũ lateralium numerorum, ab 1 vſq; ad 60, inuicẽ facta multiplicatione producuntur.

Ingreſſus tabulæ duplex.

Contingit itaq;, tabulã cum duobus intrari numeris: ídq; lateraliter, aut areatim. Lateraliter intratur tabula, cùm vterq; introitualium numerorũ in ipſis lateribus, & optatus numerus in area coaſſumitur: Areatim verò, cũ alter prædictorũ numerorũ in altero laterum, reliquus verò in ipſa capitur area, & quęſitus numerus in reliquo latere colligitur. Per lateralẽ igitur ingreſſum, productum ex lateraliũ multiplicatione: per arealẽ autem, quotum ex diuiſione arealis per alterũ lateralium, ſolemus inueſtigare numerum.

Qualiter vna fractio, per aliã multiplicetur.

¶Cùm igitur fractionem aliquam ſexagena- 6
riam, per aliam multiplicare fuerit operæpretium, intrabis lateraliter congruam tabulæ partẽ, cũ ipſis multiplicandarum fractionum

numeris: offendes enim ad cõmunẽ & arealẽ angulum, productum ex ipſa multiplicatione numerũ, ſed gemino diſtinctum ordine: quorũ dexter, illius ſemper eſt denominationis, quã inuicẽ multiplicatæ fractiones producere natæ ſunt: ſiniſtri autem quælibet vnitas, 60 repræſentat vnitates ipſius dextri, & ideò proximè maioris eſt denominationis ipſo dextro.

Vt ſi proponantur exempli gratia, 15 tertia, per 10 quarta multiplicanda, intrabis lateraliter trapezium a b c d, ſumptis 15 in latere a b, & 10 in latere a c: occurrent enim ad cõmunem angulũ 2/30, hoc eſt, 2 ſexta & 30 ſeptima. Nam tertia per quinta multiplicata, reddunt ſeptima: quam denominationem retinet dexter numerus, ſiniſter autem proximè maiorem. Ergo 15 tertia, per 10 quarta multiplicata, producunt 2 ſexta, & 30 ſeptima. Item ſi volueris multiplicare 48 ſecũda, per 39 tertia, intrabis rurſum lateraliter triangulum e f g, ſumptis 39 in latere e f, & 48 in latere e g: ſeſe offerent enim ad cõmunẽ & arealem angulum, 31/12, quæ 31 quarta, & 12 quinta dicentur. Quoniam ſecunda ducta in tertia, vel è diuerſo, efficiũt quinta: & ipſa quinta, ſequũtur immediatè quartorum ordinem. Maiores itaque propoſitarũ fractionum numeri, in lateribus a b/& e g, minores verò, in a c/ & e f lateribus coaſſumendi ſunt: vt in præfatis obſeruauimus exemplis. Exẽplũ 1. Exẽplũ 2. Notandũ.

7 ¶Quoties autem plures & diuerſę fractiones,

Vt diuerſę fractiones, per vnam, aut plures facilè multiplicētur.

per eandem, aut plures ſeſe offerent multiplicandæ: ſic facito. Diſponantur in primis ipſi fractionum numeri, pro denominationum reſpondentia, ordine multiplicãte ſub ipſo multiplicando conſtituto, vnà cum ſubſcripta in tranſuerſum lineola. Poſtmodum à dextris & minoribus fractionibus exordiendo, quælibet fractio ordinis multiplicandi ducatur in quãlibet ordinis multiplicantis, per lateralem ingreſſum in congruam ipſius tabulæ partem: & collecti ad cõmunes angulos numeri, ex particularibus ſingularũ fractionum multiplicationibus prodeuntes (quos virgulis inuicem colligare poteris) ſub propriæ denominationis reponãtur titulis, dando ſemper dextro & areali numero eã denominationẽ, quam oblatæ fractiones inuicẽ multiplicatæ producunt. Singulæ demum ex particularibus fractionum multiplicationibus procreatæ fractiones, ſub interiecta rurſum lineola, in vnum colligantur fractionũ ordinem: is enim indicabit productos ex ipſa multiplicatione fractionũ numeros.

Notandũ.

Vt igitur integrorum multiplicatio, ex ductu pendet elementorum ſuis limitibus diſtributorum: ſic ipſa multiplicatio plurium fractionũ per plures fractiones, ex particulari fractionũ multiplicatione, & propriȩ denominationis obſeruantia reſpondenter colligitur.

Exẽplũ 1. multipli. fract. circularium.

Sint in exemplum 27 gradus, 18 minuta, & 25 ſecunda, multiplicanda per gradus 10, minuta 25, & ſecunda 13. His vt præmonitũ eſt

ordinatis, ducantur in primis, per lateralẽ ingreſſum in ipſam tabulam, 25 ſecunda in ſecunda 13: fient 5 tertia, & 25 quarta, ſub proprijs ſcribenda titulis. Ducantur conſequẽter 18 minuta, in ipſa 13 ſecunda: producẽtur 3 ſecunda, & 54 tertia. Tandem 27 gradus, per eadem 13 ſecunda multiplicati, conficiunt 5 minuta, & ſecunda 51. Secundò, ducantur rurſum præfata 25 ſecunda, in minuta 25: producentur 10 ſecunda, & 25 tertia. Ducãtur poſtmodum 18 minuta, in eadem 25 minuta: prodibunt 7 minuta, & 30 ſecunda. Quòd ſi ducantur finaliter 27 gradus, in eadem 25 minuta: prouenient gradus 11, vnà cũ 15 minutis. Tertiò, ducẽda ſunt eadem 25 ſecunda, in 10 gradus: conſurgent minuta 4, & ſecũda 10. Et 18 minuta, per ipſos 10 gradus multiplicata: reddunt 3 ſolum modò gradus. Si demũ gradus 27, ducãtur in præfatos 10 gradus: fient 4 ſigna maiora, vnàcũ 30 gradibus. Quib⁹ omnibus debitè ſubſcriptis, & ſub

	Sign.	gra.	mi.	ſecũ.	ter.	quarta.
		27,	18,	25,	ordo multiplicãdus	
		10,	25,	13,	ordo multiplicans.	
				3	5 —	25
Producti			5 —	51	54	
numeri.			7	10 —	25	
		11 —	15	30		
		3	4 —	10		
	4 —	30	0	Productorũ ſumma.		
	4,	44,	32,	45,	34,	25.

interpoſita lineola in vnũ ordinem per ſecundum caput huius libri coaceruatis: prodibunt ex hac multiplicatione 4 ſigna maiora, gradus

44 (quæ in 9 ſigna cõmunia, & 14 gradus reuocantur) minuta 32, ſecunda 45, tertia 34, & 25 quarta. Haud aliter intelligito, & facito de cæteris. Sit rurſum in maiorem artis expreſſionem, propoſitus ſinus rectus, partium 36, minutorum 39, ſecundorum 50: multiplicandus per ſinum rectum partium 30, minutorum 22, ſecundorum 37. Ducenda eſt igitur vnaquæque ſpecies ſiue differẽtia ordinis multiplicandi, in quamlibet ordinis multiplicantis, per ingreſſum lateralem in pręfatam tabulam proportionalẽ: & ſinguli producti numeri ſuis locis inſcribendi, & demum in vnum componendi ordinem. Producentur itaque ex præfata ſinuum multiplicatione, 18 partes collectæ ſiue maiores (quarum quælibet 60 partes cõprehẽdit) ſimplices verò partes 33, minuta 44, ſecũda 12, tertia 53, & quarta 50. Si autem ignoraueris quidnam vocemus ſinũ rectum: conſule Sphęrã noſtrã, ſiue Coſmographiã, in quą paſſim ſimiles ſinuũ rectorũ, in canonũ vſum, ſeſe offerũt multiplicationes atq; diuiſiones.

Excplũ 2, de multiplι fractionum rectilinearium.

Partes collectæ.	Partes.	Miñ.	Secũ.	Tertia.	Quarta.	
	36,	39,	50,			Sinus multiplicãdus.
	30,	22,	37,			Sinus multiplicans.
			24	30	50	
Producti		22	12	3		
numeri.		14	18	20		
	13	12	18			
	19	25	0			
18	0	30				Productorum ſumma.
18,	33,	44,	12,	53,	50.	

¶De ipſarũ fractionũ aſtronomicarũ diuiſione. Cap. 5.

1 IN DIVISIONE FRACTIOnum, aſtronomicarũ, velut in ipſa multiplicatione, duo veniunt cõſideranda. Primum eſt denominatio quotę fractionis ex particulari vnius per alteram diuiſione procreatæ: ſecundum autem, ipſe diuidẽdi modus, quẽ rurſum duplici via reſpõdẽter abſoluere docebimus. Conſiderãda in fract. aſtronomi. diuiſione.

2 ¶In expeditam primi adinuentionẽ, ſubſcriptam ordinauimus tabellã. In quam ſi lateraliter ingrediaris, cũ vtraq; & diuidẽdæ & diuidẽtis fractionis denominatione, altera ad verticẽ tabulæ, altera verò in lęuo & extremali ordine coaſſumpta: offendes ad cõmunẽ vtriuſq; angulũ, ipſius quotæ fractionis denominatorẽ. Inuẽtio denominationum procreatarũ in diuiſione fractionũ.

¶*Tabula denominationum productarum ex diuiſione fractionum.*

	gra.	m.	ſecũ.	ter.	q̃rta	qnta	ſexta	ſeptĩa	octa.
gra.	g	m	2	3	4	5	6	7	8
mi.	m	g	m	2	3	4	5	6	7
ſecũ.	2	m	g	m	2	3	4	5	6
tertia	3	2	m	g	m	2	3	4	5
quarta	4	3	2	m	g	m	2	3	4
quinta	5	4	3	2	m	g	m	2	3
ſexta	6	5	4	3	2	m	g	m	2
ſeptĩa	7	6	5	4	3	2	m	g	m
octaua	8	7	6	5	4	3	2	m	g

Vt ſi volueris in exemplum agnoſcere, qualis Exemplũ.

fractio generetur ex diuiſione quartorum per ſeptima, accepta denominatione quartorũ ad verticem tabulæ,& ſeptimorũ in ordine lęuo: ſeſe offerent ad cõmunem vtriuſq; angulũ $\frac{1}{3}$, hoc eſt tertia,generatam ex propoſita diuiſione fractionem denominantia.

Corollaria notanda.

¶ Cùm igitur fractio per alterius ſpeciei fractionẽ diuiditur: procreatur fractio ab eo denominata numero,qui ſubtracto minori denominatore à maiori relĩquitur. Vt in pręaſſumpto exẽplo, quarta per ſeptima diuiſa, generant tertia:quoniã ſubductis 4 à 7,relinquuntur 3.Quòd ſi fractio per ſimilẽ diuidatur fractionem,vtpote, ſecunda per ſecunda, tertia per tertia &c:fient ſemper gradus.Quoties autem ſigna per ſigna, vel ſigna cum gradibus per gradus,aut gradus ipſi per gradus diuidũtur: reſtituunt pariter gradus. Signa autẽ per gradus diuiſa,generant minuta:& per minuta diuiſa,ſecunda:& per ſecũda,tertia:& ſic conſequenter. Præterea, ſicut integris ſolet accidere numeris: ſic in his fractionibus, nullum ordinẽ potentia minorem,per potentia maiorem diuidere eſt poſſibile. Pendet autẽ huiuſcemodi fractionũ poteſtas, à primo & ad læuam conſtituto fractionis vel integrorum numero. Quæ autem fractiones, potentia ſint maiores, aut minores: primo huius libri declaratum eſt capite.

¶AD SECVNDVM principale deueniendo,contingit huiuſcemodi fractiones duobus 3

modis poſſe diuidi: vbi maximè plures, & diuerſæ fuerint nomenclaturæ. In primis, per quintum caput libri primi, facta ſingularũ ſpecierum, tam diuidentium, quàm diuidendarũ fractionũ reductione, ad minimã denominationem, quæ in illis continetur, non obmiſſa productæ fractionis denominatione, quæ ex prima huius capitis parte deprehenditur. Prim⁹ modus diuidẽdi fract. aſtro. per reductionem.

Vt ſi volueris in exẽplũ diuidere 9 gradus, & 35 minuta, per minuta 30, & 40 ſecũda: vertes in primis 30 minuta, ad 1800 ſecunda: quæ vnà cum ſecundis 40, efficiunt ſecunda 1840. Deinde reduces 9 gradus, ad 540 minuta: quę vnà cũ 35 minutis, conficiunt minuta 575. Hæc autẽ nõ poſſunt diuidi per 1840: reduces igitur ipſa 575 minuta, per ſexagenariam multiplicationẽ ad ſecũda, fient 34500. quæ diuides tandẽ per 1840 ſecunda: naſcentur enim pro quoto numero, 18 gradus (nam fractio per ſimilem diuiſa fractionem, reddit gradus) relictis 1380 ſecũdis. quæ multiplicabis per 60, fient 82800 tertia, diuidenda rurſum per eadem 1840 ſecunda: prouenient minuta 45, nam tertia diuiſa per ſecunda, reſtituunt minuta. Habes igitur ex propoſita diuiſione, gradus 18, minuta 45. Haud aliter facito, vbi plures duabus fractionibus in vtroque fuerint ordine. Exemplũ.

¶In his itaq; fractionũ diuiſionibus, numerus quotus plærunq; maior eſt diuiſore aut diuidendo numero: & in ipſa fractionum multiplicatione, productus numerus Notandum circa fract. aſtro. diuiſionem atq; multiplicationem.

vtroq; & multiplicante & multiplicando numero maior. Quemadmodũ ſexto atq; ſeptimo capite antecedentis ſecundi libri, de vulgatis prædictũ eſt fractionibus. Debent enim ſexagenariæ fractiones, cum eiſdem vulgaribus ex omni parte conuenire: nã minuta ſunt veluti fractiones integri ſimplices, ſecunda vero, & tertia, vnà cũ reliquis, veluti fractionum fractiones, ad ſuas principales (veluti primariæ ad integra) referendæ.

Secundus modus diuidẽdi fractio. altro. per tabulã proportionalem.

¶DEVENIENDVM EST conſequenter ad diuidendi modũ, qui fit abſq; reductione, per ſexagenariam videlicet & proportionalẽ tabulam: Et in primis, qualiter vna fractio, vel duæ, per vnicam diuidantur fractionem. 4

Qualiter vna vel duæ fractio. per vnam diuidãtur fractionem.

Intrabis itaq; areatim alterutrã tabulæ partẽ, prout cõmodiùs acciderit, ſumpto in altero lateralium ordine, vtpote a b/ vel a c inferioris, aut e f/ vel e g/ ſuperioris partis eiuſdem tabulæ, diuidentis fractionis numero: ſub quo directè progrediendo, numerum diuidendæ fractionis in eadẽ inueſtigabis columna. Quẽ ſi pręciſum offẽderis: in alterutrius lateris extremo quotæ fractionis reperies numerũ, quæ illius erit denominationis, quam propoſitæ & inuicem diuidendæ fractiones procreare ſunt natæ. Quoties verò ſub diuidente, ipſam diuidendam nõ inueneris fractionem: accipito proximè minorem, & quotam (vti nunc dictũ eſt) elicito fractionem. Tolle poſtmodũ eandem proximè minorem fractionem, ab ipſa

Notandũ.

diuidenda,& differentiam rurſum ſub eadem diuidente animaduertito,& quotæ fractionis in altero latere ſecundum accipito numerum: ídq; deinceps continuato,quatenus præciſum tandem offendas numerũ. Obtenta autẽ primi numeri denominatione,reliquorum denominationes ſuum ſeruant ordinem:ídq; nedũ in ipſa diuiſione, ſed in cæteris fractionũ obſeruatur operationibus. Pendet autẽ procreatæ fractionis denominatio, vbi duæ, vel plures fuerint in ordine diuidendo,atq; diuidente fractionum differentiæ:à læua, & potentia maiori fractionum vtriuſque ordinis differentia. Præterea,cùm vnica fractio,& in dextrũ cadens numerorũ ordinem, per vnicam diuidenda proponitur: tunc diuidentis fractionis numerus cõmodiùs accipitur in latere a b/vel e g,q̃ in a c/ vel e f / latere:è diuerſo autem, cùm duæ adfuerint fractiones per eandẽ fractionem diuidendæ, vel vnica tantùm,ſed in læuum cadens numerorum ordinem.

Notãdum, de quotarũ fractionum denominationibus.

De cõmodiore in tabulam ingreſſu.

¶Dentur in primis in exemplum 56 minuta, per 14 tertia diuidenda. Sumptis igitur 14 in latere a b, offendes in quarta colũna ad dextram 56: ad verticem autem ipſius columnæ, in a c/ latere 4,quæ ſecũda dicentur. Concludes ergo,56 minuta diuiſa per 14 tertia, reddere pro quoto numero 4 ſecunda. Quòd ſi iubearis diuidere 50 minuta,per 15 tertia:acceptis rurſum 15 in eodem latere a b,tibi occurrent in tertia colũna pro numero proximè

Exẽpla diuiſiõis vni⁹ fract. per vnicam.

minori 45, & ad verticem 3, quæ rurſum di-
centur ſecunda. Deinde ſubductis 45 ex 50,
relinquentur 5: quæ rurſum inueſtigabis ſub
ipſis 15, in a c/ latere ſumptis. offendes autem
ea, in ſeptima linea ab ipſis 15, & in ordine læ
uo: ad ipſius verò lineæ finem, in latere ſcili-
cet a b/20, quę tertia veniunt appellanda. Er-
go 50 minuta, diuiſa per 15 tertia: reddunt
pro quoto numero 3 ſecunda, & 20 tertia.

Exépla diuiſióis duarum fract. per vnicã.

¶Haud aliter, duas quaſcunq; inuicem ſucce-
dentes fractiones, per vnicã poteris diuidere
fractionem: Vtpote, ſi diuidere oporteat 12
gradus & 30 minuta, per minuta 15. Acceptis
enim 15 in latere a c/eiuſdẽ tabulę proportio-
nalis, ſi ab ipſis 15 deorſum rectiſſimè deſcen-
das, offendes tãdem ipſa 12,30: à quibus ſi ad
læuam recto perrexeris tramite, occurrent ti
bi in latere a b/50, ex ipſa diuiſione proueniẽ-
tia. hæc autẽ 50, à minutis denominãda ſunt:
pendet enim ipſius quotę fractionis denomi-
natio, ab ipſis gradibus potentia maioribus,
qui per minuta diuiſi reſtituunt minuta. At
ſi minuta 17, ſecunda 28, per eadẽ 15 minuta
proponantur diuidenda: accipies 15 in latere
a b, & in ſequẽti columna, & dextro numero-
rum ordine tantummodò 15, numerum vide-
licet diuidendo proximè minorem. Occurren-
tem autem ad colũnæ verticẽ colliges vnita-
tem, à gradibus quidem denominãdam: diui-
duntur enim minuta per minuta, quæ generãt
gradus. Subductis poſtmodum 15, ab ipſis 17

minutis:relinquuntur 2. Quæres igitur è dextra regione eorũdẽ 15 lateris a b,ipſa 2 minuta & 28 ſecunda.occurrent autẽ in nona columna tãtummodò 2/15: & in a c/latere ad ipſius columnæ verticẽ 9,quæ minuta dicẽtur. Subductis rurſum 2/15,ab ipſis 2,28, relinquũtur ſecunda 13. Acceptis igitur præfatis 15 minutis in latere a c,quęres ſub illis 13.quæ tãdem reperies in læuo (in quem cadunt) numerorũ ordine:& è recta regione ipſorũ 13,occurrent in a b/latere 52,quæ ſecũda veniũt conſequẽter appellanda. Habes igitur ex diuiſione 17 minutorum & 28 ſecundorum,per minuta 15: gradum 1,minuta 9,& ſecunda 52.

5 ¶Cum autem duas,tréſue ſuccedẽtes fractiones, per duas ſimul fractionũ differentias diuidere fuerit operæpretium:id facies in hunc modum. Accepto in a b/latere vtroque diuidẽtium fractionũ numero,& à quolibet dextram verſus recta progrediendo via, comparentur adinuicem ſingulorum numerorũ ordines,in eadem columna ſiue diſtantia ab ipſo a b/latere,è dextra regione cuiuſlibet diuidentiũ occurrentes, iungendo videlicet dextrum & groſſiori fractioni reſpondentem numerum, cum ſiniſtro numero eius ordinis qui ſubtiliori fractionum reſpondet numero:quatenus diuidendas videas integrari fractiones. Nam capitalis eiuſdem columnæ in a c / latere ſimul occurrens numerus, pro quoto venit accipiendus numero:qui illius ſemper erit

Vt duæ vel tres fract. p duas ſimul fractiones eiuſdem tabulæ diuidantur officio.

denominationis, quã fractiones potẽtia groſ≈ ſiores inuicem diuiſæ procreare ſunt natæ.

Notãdum, pro nume≈ris nõ præ≈ciſè repe≈ribilibus.

Quòd ſi diuidendas præciſè nõ valeas confi≈cere fractiones: cõpones ſaltẽ proximè mino≈res, & quotũ rurſum de more colliges nume≈rũ. Acceptis poſtmodũ ipſarũ diuidẽdarũ fra≈ctionũ, & earundẽ proximè minorũ differen≈tijs: quęrãtur rurſum è regione diuidẽtiũ fra≈ctionũ numeri ſupradicto modo cõiuncti prę≈fatas differẽtias cõficientes, ſumatúrq; de mo≈re ſecundus numerus quotus, ad ipſius colum≈næ verticem, & in ipſo latere a c/ ſimul occur≈rens: ſimiliſque rurſum cum differentia ipſius differentiæ (ſi opus fuerit) diſcurſus iteretur.

Documẽta particula≈ria, admo≈dum notan≈da.

Verùm ſi inter fractiones diuidẽtes ſpecies aliqua intermittatur, vtpote, ſi proponantur minuta cũ tertijs vel gradus cũ ſecundis: non iunges numerum dextrum cũ ſiniſtro ſequen≈tis, ſed vnuſquiſque ſuum ſeruet ordinem. Itẽ ſi prima ſpecies ordinis diuidendi, aut proxi≈mè minor ea, nõ poſſit inueniri è regione pri≈mæ ſpeciei ordinis diuidẽtis in a b/ latere co≈aſſumptæ, inter ipſa a b/ & a c/ latera: ſumes vtranq; ſpeciem diuidentem in latere a c, aut partim in ipſo latere a c, partim verò in reli≈qua eius parte e f, & ſub illis in eadem linea fractiones diuidendas: quotam porrò fractio≈nem in ipſo a b/ latere, quemadmodum nu≈per admonuimus.

¶Haud alienum habeto iudicium, vbi plures 6
duabus in vtroque & diuidendo & diuidente

ordine adfuerint fractionum ſpecies: maiore nanque ſolùm opus erit animaduertentia, & plurium numerorum habenda conſideratio. Idem enim de ſingulis propoſitarũ fractionũ ſpeciebus, adminiculo præfatæ tabulæ proportionalis facere eſt operæpretium: quod de ſingulis integrorum numerorũ elementis, capite quinto libri primi iuſſimus obſeruandũ. Quemadmodum ex ſubſcriptis deprehendere licebit exemplis.

De generali datarum quotcũque fractionũ, per datas quotcunq; fractiones diuiſione.

¶Proponantur in exemplum gradus 4, minuta 41, ſecunda 14, diuidenda per minuta 25, ſecunda 34. Cõpertis itaque 25 & 34 in latere a b, offendentur è regione ipſorum 25, in vndecima videlicet columna 4/35, & ſub his è regione 34, huiuſmodi numeri 6/14: qui ſupraſcripto modo coniuncti, efficiunt 4/41/14, diuidendarum fractionum numeratores. Ad ipſius igitur columnæ verticẽ: colliges 11 pro quota fractione, quæ minuta dicentur: gradus enim per minuta diuiſi, reſtituunt minuta.

Exẽplũ 1. diuiſionis triũ fract. per duas.

¶Eſto rurſum propoſitum diuidere gradus 6, minuta 40, ſecunda 25, per minuta 10, ſecunda 20. Sumptis itaque 10 & 20, in latere a c, offendentur ſub ipſis 10, proximè minores numeri, vtpote 6/20, & ſub ipſis 20 atque in eadem linea 12/40: quæ pręmiſſo modo coniuncta, efficiunt gradus 6, minuta 32, ſecũda 40. In eadẽ ergo linea, & in ipſo a b/latere, concurrent 38 pro primo quotæ fractionis numero, quæ minuta dicentur. Differentia autem

Secundum exemplum diuiſionis triũ fract. per duas.

ipſorum 6/40/25, ab ipſis 6/32/40, eſt minu‑torum 7, & ſecundorũ 45. Hæc igitur rurſum quæres ſub ipſis 10, & 20, in eodem a c/ late‑re coaſſumptis. offendes igitur ſub 10, hos numeros 7/30, & ſub 20 in eadẽ linea, 15/ 0: quæ ſæpiùs expreſſo more coniuncta, effi‑ciunt præfata 7 minuta, & 45 ſecunda. Colli‑ges igitur pro ſecunda fractione quota, con‑currẽtia in a b/latere 45 ſecũda. Habes igitur ex propoſita diuiſione, minuta 38, ſecũda 45.

Exemplum generale diuiſionis pluriũ fractionũ, per plures fractionum differentias.

¶ Dentur tandem gradus 42, minuta 5, ſecun‑da 2, tertia 9, quarta verò 45: diuidenda per 4 gradus, 5 minuta, & 3 ſecunda. His ordine diſtributis, geminæ ſubſcribantur parallelæ, quotas ex diuiſione fractiones recepturæ: ſub quibus 4 gradus ordinis diuidendi in directũ ipſorum 42 graduum in primis collocentur, & 5 minuta ſub 5 minutis, atque 3 ſecunda ſub duobus ſecundis. Et notatis in a c/latere, ip‑ſius diuiſoris numeris, vtpote 4 / 5 / 3: acci‑piantur ſub eiſdem, & in eadem linea, diui‑dendi fractionum numeri ipſi diuiſori ſupra‑poſiti. Qui cùm præciſè non offendantur, col‑ligendi ſunt numeri proximè minores: vtpote 0/40 ſub ipſis 4, & 0 / 50 ſub ipſis 5, atque 0/30 ſub ipſis 3. Ad quorũ regionem læuam, occurrent in a b/ latere 10 gradus, pro prima quoti numeri fractione: gradus enim diuiſi per gradus, reſtituunt gradus. Scribantur er‑go 10 intra lineas parallelas, ſub ipſorum gra‑duum ordine: & ſubductis præfatis numeris

40/50/30, ab ipſis 42 gradibus, 5 minutis, & duobus ſecũdis, ſupranotẽtur reliqui, vtpote gradus 1, minuta 14, & 32 ſecũda, deletis quorũ facta eſt ſubtractio numeris. His abſolutis, renouentur ſinguli diuiſoris numeri, per vnicũ ordinem verſus dextrã anticipati, ponẽdo gradus ſub minutis, & minuta ſub ſecundis & ſic cõſequẽter de cæteris: priori diuiſore deleto. Et rurſum ſub eiſdem numeris 4/5/3, in præfato latere a c/coaſſumptis, ſuprapoſiti & ex proxima diuiſione relicti inueſtigẽtur numeri. At quoniã ſub eiſdẽ 4, vnus gradus & 14 minuta præciſè nõ occurrunt: ſumendi ſunt numeri proximè minores, vtpote 1/12, & in eadẽ linea ſub ipſis 5 & 3, ſimul occurrentes numeri, ſcilicet 1/30, & 0/54. E quorũ regione læua ſeſe offerunt in a c/latere 18, quæ minuta di-



centur, ſcribenda poſt 10 gradus intra parallelas. Ipſi porrò numeri ſub diuiſoribus reperti,

ſæpius expreſſo more coniuncti conficiunt 1/13/30/54. quæ notanda ſunt ſuper 1 gradũ, 14 minuta, 32 ſecunda, & 9 tertia: atque ab eiſdem ſolito more ſubducenda. Relinquetur igitur 1 minutum, 1 pariter ſecundum, vnà cũ 15 tertijs, & 45 quartis. Quibus decenter ſupranotatis, & deletis prioribus numeris: renouentur iterũ dextram verſus ipſi diuiſores numeri, & ſub illis in præfato latere a c/coaſſumptis, ijdem reſidui numeri ſigillatim inueſtigentur. Sub ipſis ergo 4 occurrent 1/0, & ſub 5 in eadem linea 1/15, ſub ipſis autem tribus 0/45: quæ ſimul de more coniuncta, conficiunt præciſè ipſos nuper relictos numeros. Accipiendus eſt igitur in a b/latere ſimul occurrens numerus, vtpote 15, & intra lineas parallelas ſub titulo ſecundorum reponendus. Tandem ſupraſcriptis in hunc modum collectis numeris, & illorum à præfatis reſiduis ſigillatim facta ſubtractione: nihil prorſus relinquetur. Prouenient igitur ex præmiſſa diuiſione, gradus 10, minuta 18, & ſecunda 15.

Vt exequẽda antecedentis exẽpli diuiſio, abſq; tabula proportionali.

¶ Quòd ſi prædictarum fractionum diuidendarum ordinem, per ipſos numeros diuiſores, iuxta primũ diuidendi modũ, proximo numero tertio ſufficienter expreſſum, diuidere forſitan iuuerit: vterq; ordo ad minimã fractionis ſpeciem in primis reuocandus eſt, per continuam videlicet multiplicationem ſexagenariam, collectis ſemper in vnum eiuſdem nomenclaturæ numeris. Ordo itaq; diuidendus,

quatuor multiplicationibus & totidem additionibus, ad 545407785 quarta reducetur: diuiſor autem, duabus tantum multiplicationibus & totidē additionibus, ad ſecunda 14703. Diuidenda ſunt igitur, per doctrinā quinti capitis libri primi, ipſa 545407785 quarta, per eadem 14703 ſecunda: prodibunt enim ex ipſa diuiſione, ſecūda 37095. Quæ rurſum duabus diuiſionibꝰ ſexagenarijs, ad præfatos 10 gradus, & 18 minuta, atq; 15 ſecunda reuocabūtur. Longè itaq; expeditior eſſe videtur præfatus diuidendi modus, qui adminiculo ipſius tabulæ proportionalis abſoluitur.

¶ *Vt earundem fractionum quadrata radix extrahenda ſit.* *Cap. 6.*

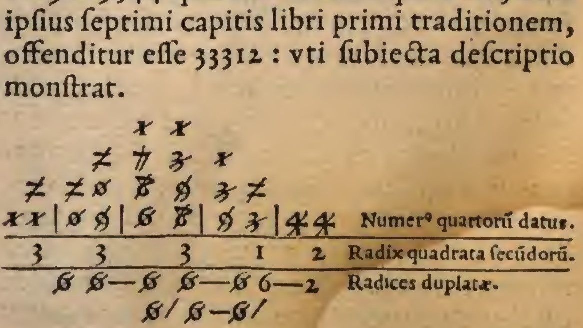
DEVENIENDVM EST CONſequenter, ad quadratæ & cubicæ radicis earundem fractionū aſtronomicarum inueſtigationem.

I Quantum igitur ad quadratā videtur ſpectare radicem: ea duplici, iuxta præmiſſam diuiſionis traditionem, colligitur artificio. In primis facta ſingularum ſpecierum ad munitiorem reductione: ipſa radix quadrata non aliter elicienda eſt, quàm ſeptimo capite libri primi de integrorum tradidimus radicibus. Sed operæpretium eſt, ſingula ad eā reducere fractionem, quæ ab aliquo parium denominetur numero, cuiuſmodi ſunt quarta/

Primꝰ modus extrahendi quadratā fract. aſtro. radicem.

ſexta, octaua, &c. nam radix ipſa, à dimidia parte ipſius numeri paris cõmodiſſimè denominabitur. quæ tandem via reductionis, in ſitos fractionum ordines (ſi ſexagenarium exuperauerit numerum) reuocanda eſt.

Exẽplū primi modi. ¶Proponantur in exemplum, 2 ſigna cõmunia, 25 gradus, 37 minuta, 27 ſecunda, 2 tertia, & 24 quarta: quorum quadratam iubearis inuenire radicem. Duo itaq; ſigna cõmunia, efficiunt gradus 60: qui vnà cum 25 gradibus, conficiunt 85. Ipſi porrò 85 gradus, per 60 multiplicati, reddunt minuta 5100: quæ vnà cum 37 minutis, efficiunt minuta 5137. Quæ rurſum ducta in 60, vertuntur in ſecunda 308227: vnà cum 27 ſecundis, hunc ſecundorum conficientia numerū 308247. Ex quibus, vnà cum ipſis duobus tertijs, eliciuntur tertia 18494822. Hæc autem in quarta reuocata, & ipſis 24 adiuncta quartis, conſurgunt tandem in quarta 1109689344. Horum porrò 1109689344 quartorum radix quadrata, iuxta ipſius ſeptimi capitis libri primi traditionem, offenditur eſſe 33312: vti ſubiecta deſcriptio monſtrat.



Hæc autem 33312, ſecũda dicentur: ſola enim ſecũda per ſeſe multiplicata, reſtituunt quarta.

Oportet enim nõ ſolum ipſam radicem per ſeſe multiplicatã, eum conficere numerũ cuius eſt radix: ſed & eiuſdem radicis denominatorem per ſeſe itidem multiplicatum, eiuſdem numeri nomenclaturam ſimul reſtituere. Notandũ.

Hæc demum 33312 ſecunda diuiſa per 60, reddunt minuta 555: relictis ſecundis 12. Ex quibus 555 minutis, colliguntur 9 gradus: relictis 15 minutis. Ergo radix quadrata præaſſumptarum fractionũ, habet 9 gradus, 15 minuta, vnà cum ſecundis 12.

2 ¶EANDEM QVOQVE RADICEM, adminiculo præfatæ tabulæ proportionalis, longè faciliùs ac expeditiùs multò, licebit inueſtigare. Notabis igitur, ſingulos areales tabulæ numeros, ipſius a c/& e f/capitales immediatè ſuccedentes (quos differentiæ gratia, punctis annotauimus) eſſe quadratos. Secũdus & facilior modus extrahẽdarũ radicum quadratarũ, in fract. aſtro.

Quod igitur præfato capite ſeptimo libri primi, de ſingulis elementis faciendum eſſe docuimus. Hic de ſingulis fractionũ ſpeciebus, reſpõdenter obſeruare eſt operæpretium. Debes autem ab ipſis gradibus (quoties occurrerint) primariã ipſius radicis deducere nomenclaturam: vtpote, qui primariam circuli videntur conſtituere partitionẽ, & integra propterea vocitãtur: ſigna enim nihil aliud ſunt, quàm eorundem graduum collectiones.

¶Reſumantur facilioris intelligentiæ gratia,

Exemplũ. ſecũdi modi, extrahẽdarũ radicum quadratarũ.

præfata 2 ſigna communia(quæ 1 ſignum maius repreſentant,ex 60 cõſtans gradibus)gradus inſuper 25,minuta 37,ſecunda 27, tertia 2,& quarta demum 24. His igitur ordine diſtributis , vnà cum ſubſcriptis lineis parallelis : vide an inter ipſos quadratos tabulæ numeros , offendantur 1/25 . Occurrent autem tibi 1/21, proximè minores numeri, 1 ſignum & 21 gradum repreſentantes . Hos igitur ſuper 1/ 25 ſcribito, atque ab eiſdem 1/25 ſubducito:relinquẽtur tandem gradus 4. Quibus notatis.& deletis prioribus numeris:accipito verticalem ipſius columnæ numerum,vtpote 9,ſcribendum intra lineas parallelas ſub ipſis 25 gradibus. Hos demum 9 gradus duplica, fient gradus 18 : quos reponito ſub eiſdem 9 gradibus, infra lineas parallelas. Hac prima radicis ſpecie reperta,accipe 18 in ipſo latere a b, à quibus recta progrediendo via , offendes tandem 4/30/proximè minores numeros: qui vnà cum quadrato numero in eadem occurrente columna, ſcilicet 3 / 45 ſolito more coniuncti , efficiunt 4/ 33/ 45. Quibus ſupraſcriptis , & à reſiduis numeris ordine detractis : relinquentur 3 minuta , & 42 ſecunda, deletis prioribus numeris ſurſum·annotanda. Pro ſecunda autem radice , ſumenda ſunt 15, ad ipſius columnæ verticem , in a c / latere, ſuper dictos occurrentia numeros : & intra lineas , poſt 9 gradus ſubſcribenda. Quæ demum duplabis , fient minuta 30 , ſub eiſdem

Prima radicis ſpecies.

Secũda radicis ſpecies.

annotāda parallelis. Verùm ſi minuta dupla‑ta creſcerent in 60:pro eodē ſexagenario numero, iungēdus eſſet vnus gradus præfatis 18 gradibus, reliquis minutis ſuo loco dimiſſis. Quod & in cæteris duplatis fractionū numeris, reſpōdenter velim intelligas fore obſeruādum. Rurſum è recta regione ipſorū 18 & 30, in præfato latere a b coaſſumptis, perquirātur numeri in eadē columna cū ſupraſcripto quadrato ſimul occurrētes, & ſæpi⁹ expreſſo more cōiuncti reſiduos cōficiētes fractionū numeros. Offendes itaq; ad dextrā ipſorū 18 graduū 3/36, & ſub his è regione 30 minutorum 6/0, & quadratū in eadem columna ſimul occurrentem 2/24: quæ vt obiecta monſtrat formula, conficiunt 4/42/2/24, hoc eſt, reliqua 3 minuta, 42 ſecunda, 2 tertia, & 24 quarta. Quibus ſupraſcriptis, & detractis: nihil tandē relinquetur. Accipiantur igitur ad ipſius colūnæ verticē, pro tertia radicis ſpecie, 12: quæ ſecūda dicentur, ſcribēda poſt 15 minuta, intra lineas pallelas.

Notandū.

Tertia radicis ſpecies.

3 . 36	
6 . 0	
2 . 24	
3 . 42 . 2 . 24	

Signa maiora. Gradus. Minuta. Secunda. Tertia. Quarta.

3 — 42 — 2 — 24

4   3 . 42

4 . 33 — 48

1 — 21

1 . 25 . 37 . 27 . 2 . 24 Numeri dati.

9 . 15 . 12 . Radix quadrata.

18 . 30 Radices duplatæ.

Concludes igitur, præaſſumptum fractionum ordinem eſſe quadratum: & illius radicem habere 9 gradus, 15 minuta, & 12 ſecunda, qualem via reductionis nuper adinuenimus. Concurrunt igitur in eadem tabulæ columna, ipſi radicales numeri, & producti ex ſingulis duplatis per eandem radicem multiplicatis, vnà cum ipſius radicis quadrato numero: quos alioqui tedioſo admodũ & prolixo diſcurſu, colligere eſſet operæpretium.

¶De cubica prædictarum fractionum aſtronomicarum radice. Cap. 8.

Primꝰ modus extrahendi cubicā fractionum aſtro. radicem.

RELIQVVM EST, VT CVBIcæ radicis inuentionem/ datarum quarúmque fractionũ aſtronomicarum, paucis edoceamus: quanquã ea rarò veniat in vſum. Hęc 1
igitur, veluti quadrata radix, duobus modis extrahitur. In primis, reductis ſingulis fractionum ſpeciebus, ad minutioris fractionis denominationem: ſed ad eam, cuius denominator in tres partes inuicẽ æquales diuidi vel facilè poſſit, cuiuſmodi ſunt tertia, ſexta, nona, duodecima, &c. Nam radix ipſa cubica, ab ipſius denominatoris tertia parte, in quẽ datus conuerſus eſt numerus, ſemper venit denominanda. Facta igitur reductione, eadem radix cubica, iuxta tenorem octaui capitis ipſius primi libri, prorſus extrahenda eſt.

Exẽplũ primi modi.

¶Offerantur exempli gratia, 27 gradus, 55

minuta,3 ſecũda,44 tertia, 21 quarta,6 quinta, & 1 ſextum: quorum omnium, cubica radix extrahẽda proponatur. Hęc igitur omnia, per ſexagenariã multiplicationem reſoluas in ſexta: conſurgẽt autẽ ex ipſa reductione, ſexta 1 3 0 2 5 2 8 4 5 9 9 6 1. Quorum radix cubica, per ipſius octaui capitis libri primi traditionem ſupputata, habet 10921 : vti ſubſcripta monſtrat formula. Hæc autem 1 0 9 2 1,

3
7 4 5 7
0 8 2 9 9 7 7 1
1 | 3 0 2 | 5 2 8 | 4 5 9 | 9 6 1. Nu.ſextorũ datus.
1 0 9 2 1.Ra.cubica ſecũdorũ.
3 . 3 0 . 3 2 7 . 2 7 6 Radices triplatæ.
3 1

ſecũda veniunt appellanda: ſola enim ſecunda cubicè multiplicata, efficiunt ſexta, ad quæ propoſitus fractionum reductus eſt numerus. Quòd ſi præfata 1 0 9 2 1 ſecunda, per 60 diuidantur, prodibunt minuta 182, vnico relicto ſecundo. Ex ipſis autem 182 minutis, tres colligentur gradus, relictis duobus ſecundis. Et proinde cubica radix ipſius propoſiti fractionum numeri, habet 3 gradus, 2 minuta, & 1 ſecundum.

2 ¶ SI IVVET AVTEM CVBICAM IPſius oblati numeri radicẽ, officio tabulæ proportionalis tandẽ inueſtigare: id facies, de ſingulis fractionum ſpeciebus idẽ reſpondenter obſeruando, quod præfato capite octauo libri

Secundus modus extrahẽdi cubicam radicẽ, in fract. aſtrono.

primi de ſingulis integrorũ numerorũ elemen

De cubis in tabula contentis.

tis tradidim9. Memineris tamẽ, ſex tãtũmodò cubos numeros in ipſa tabula cõtineri, in inferiori parte ab c d/ ſparſim diſtributos, quos rubro colore maioris euidẽtię gratia diſtinxim9. ¶Reſumantur ergo, ad maiorem artis expreſ-

Exemplum inuentionis primæ radicis, iuxta ſecundum modum.

ſionem, præfati 27 gradus, 55 minuta, 3 ſecunda, 44 tertia, 21 quarta, 6 quinta, & 1 ſextum. His ſolito more coordinatis, vnà cum ſubſcriptis parallelis: accipe cubum numerum proximè minorem numero dato, vtpote 0/27, ſolos 27 gradus repræſentantem. Quo ſupraſcripto, & detracto ab eiſdem 27 gradibus: ſumantur 3, in a c/latere, ad verticẽ eiuſdem columnæ concurrentia, pro primo radicis numero, quæ gradus dicentur: nam gradus quadratè vel cubicè multiplicati, reddunt ſemper gradus. Scribe ergo 3 gradus intra parallelas: quos poſtmodum triplica, fient gradus 9, ſub eiſdem gradibus infra parallelas annotandi.

Secũdæ radicis inquiſitio.

His abſolutis, accipe 27 gradus in a b/latere: & è dextra illorũ regione, inueſtiga numerum relicto proximè minorẽ: hunc experieris eſſe 54 minuta, ſcribẽda ſup̱ 55: ad quorũ verticẽ offendes 2, quæ minuta dicentur, collocãda poſt 3 gradus intra parallelas, pro ſecundo radicis numero. Hic autem numerus 54 (vt rẽ acu tangamus) eſt qui generatur ex ductu 3 graduum radicis in 9 triplatos, & multiplicatione producti per ipſa 2 minuta. Reliquũ eſt igitur, vt multiplices ipſa 2 minuta radicis per

9 gradus triplatos,& productum numerũ ducas rurſum in eadem 2 minuta, per lateralem videlicet ingreſſum in ipſam tabulam:conſurgent enim ſecunda 36,ſuper 3 ſecunda conſequenter annotanda. Accipiendus eſt tandem numerus cubus, in eadem columna cum ipſis 54 minutis occurrẽs:vtpote 0/8,hoc eſt,8 tertia, ex cubico eorundem duorum minutorum ductu prouenientia,ſcribenda ſuper tertia 44. Auferantur deniq; ipſa 54 minuta,36 ſecũda, & 8 tertia, ab ipſis 55 minutis, 3 ſecundis, & 44 tertijs:relinquentur ſecunda 27,tertia 36. Quibus annotatis, & deletis prioribus numeris:triplabis ipſa 2 minuta radicis,fient 6,quę ſub ipſis parallelis tandẽ veniunt annotanda.

Rurſum accipito prȩfatos 27 gradus in eodẽ latere a b, & ad dextrã ipſorũ regionem perquirito numerum relicto ſecundorum numero ȩqualem: is erit 27 in prima occurrens colũna,quẽ ſcribes ſupra 27 ſecũda. in cuius columnæ vertice,ſeſe offeret vnitas,quæ 1 dicetur ſecundum, pro tertia radicis ſpecie poſt 2 minuta reponendum. Eſt autem huiuſmodi numerus 27, qui ex ductu 3 graduum radicis in 9 triplatos, & producti multiplicatione per idem ſecundum generatur. Reliquum eſt igitur ducere præfatos 3 gradus, 2 minuta, & 1 ſecundum radicis, in 6 minuta duplata,& ipſa 2 tantummodò minuta & 1 ſecundum,in 9 gradus triplatos,per lateralẽ videlicet ingreſſum in ipſam tabulam: fient enim minuta 36,

Tertiæ radicis adinuentio notanda.

ſecunda 21, tertia 6: quę rurſum per 1 ſecundum radicis multiplicata, vertentur in 36 tertia, 21 quarta, & 6 quinta: velut obiecta numerorum formula monſtrat. His iũgatur cub⁹ numerus, ex vno ſecundo radicis generatus: vtpote 1 ſextum, ſecũda enim cubicè multiplicata, producũt ſexta. Quòd ſi hoc modo collectos fractionum numeros, à relictis ſubduxeris numeris: nihil tandem relinquetur.

g.	m̄.	2̄.	3̄.	4̄.	5̄.
3.	2.	1			
9.	6.				
	18.	12.	6		
	18.	9.			
		36.	21.	6	
					1
		36.	21.	6	

Grad.	Miñ.	Secũ.	Tertia.	Quarta.	Quinta.	Sexta.	
		27 —	36				
		27.	36.	21 —	6 —	1	
27.	54 —	36 —	8				
27.	55.	3.	44.	21.	6.	1	Numer⁹ datus, cubus.
3.	2.	1					Radix cubica.
9	6						Radices triplatæ.

Concludes igitur, præaſſumptum fractionum numerum eſſe cubum: & illius cubicam radicem habere 3 gradus, 2 minuta, & 1 ſecundum: quantam videlicet per primum modũ, via reductionis nuper offendimus. Habes itaque primo intuitu ex ipſa tabula, adminiculo primi cubi ex prima radice procreati, radicem ſuccedentem, vnà cum numero ex ipſa prima radice in triplum eiuſdem, atque rurſum

per ipſam radicem facta multiplicatione pro-
ducto. Cætera autem, iuxta viam multiplica-
tionis, conformiter ad ea quæ octauo
capite libri primi de integrorum tra-
didimus radicibus, reſpondenter
abſoluuntur. Hæc igitur de
fractionibus aſtrono-
micis, ſint ſa-
tis.

LIBRI TERTII
Arithmeticæ practicæ
FINIS.

LIBER QVARTVS

Eiuſdem Arithmeticæ practicæ: De ratione atque proportione numerorum, & præſtantioribus eorūdem numerorum inuicem proportionalium regulis.

De rationis atque proportionis diffinitione, & utriuſq; ſpeciebus & differentijs. Cap. I.

RELIQVVM EST, I hoc libro quarto & vltimo, de rationibus atque proportionibus numerorum, (& proinde rationalium, ad numeróſue relatarum magnitudinum) déq; præſtantioribus eorundem numerorum inuicem proportionalium regulis, cuiuis arithmetico/geometræ / vel aſtronomo neceſſarijs, ſummatim pertractare: Vt trium antecedentium librorū capita, tum in Mathematicarum, tum in ciuilium rerū vſum, tandem reuocare doceamus.

Rationis diffinitio. Ratio igitur (vt ad rem ipſam deueniamus) 2

eſt duarum quantitatum eiuſdem ſpeciei ad-inuicem comparatarum habitudo. De quantitatibus velim intelligas, quæ ſub communẽ quotæ partis dimenſionem cadunt, & cõmenſurabiles, rationaléſque nuncupantur: & rationem habent adinuicem, quam numerus ad numerum. Sunt enim numeri omnes, & ad numeros relatæ quantitates, cõmenſurabiles, & proinde rationales. Habitudo autem incommenſurabilium & irrationalium quantitatum, quæ tum nobis, tum ipſi naturæ ignota eſt, & ſurda vocitatur: hoc eſt, quæ nec exprimi, nec conſequenter audiri poteſt, ratio non venit appellanda: cùm ratio, ſit propriè cõmenſurabilium & rationalium quantitatum inuicẽ comparatarum, ſiue numerorũ habitudo.

De ſurda irrationaliũ quãtitatum habitudine.

¶Rationũ porrò, alia æqualitas, alia verò inęqualitas. Aequalitatis ratio, numerorum, vel quãtitatũ inuicẽ æqualiũ vocitatur habitudo: inęqualitas verò, quæ inter inęquales accidit. Aequalitatis ratio, ab vnitate denominatur: inęqualitatis autẽ, ab ipſis numeris ad numeros vel vnitatẽ relatis. Hinc fit, vt æqualitatis ratio nullã admittat differentiam: inæqualitatis autem ratio, in infinitum vt ipſe progrediatur numerus. Inæqualitatis præterea ratio, aut maioris inæqualitatis dicitur, cùm ſcilicet maior quãtitas minori cõparatur: aut minoris inæqualitatis ratio nuncupatur, quoties videlicet minoris ad maiorem quantitatem fit cõparatio. Tot igitur ſunt rationum ſpecies &

Rationis ſubdiuiſio.

Inęqualitatis ratio duplex.

differentiæ maioris, quot & ipſius minoris inæqualitatis.

Quinq; rationum inæqualitatis ſpecies.

¶Species autē rationū maioris inæqualitatis, 4
ſunt quīq;: tres quidē ſimplices, vtpote, multiplex, ſuperparticularis, & ſuperpartiēs: & duæ ex illis compoſitæ, quę multiplex ſuperparticularis, & multiplex ſuperpartiēs appellātur.

Ratio multiplex.

¶Multiplex itaq; ratio dicitur, cū maior quātitas minorē pluries quàm ſemel pręciſè comprehendit: cuius differentiæ ſunt infinitæ, nēpe tot, quot & ipſi numeri vnitati comparati, vtpote, dupla, tripla, quadrupla, quintupla, ſextupla, &c.

Superparticularis ratio.

¶Superparticularis autem ratio nominatur, cùm maior quantitas ſemel cōtinet ipſam minorem, & quotā præterea eiuſdem minoris partē. Et quoniam tot ſunt partium quotarum nomina, quot & numeri: infinitæ igitur erunt ſuperparticularis rationis differentiæ, vtpote, ſeſqualtera veluti 3 ad 2, ſeſquitertia vt 4 ad 3, ſeſquiquarta vt 5 ad 4, &c.

Numeri ſuperparticulares.

Generantur autē ſuperparticulares numeri, ſi linea naturalis numerorum à ternario inchoata proponatur, & illi ſubſcribatur eadē linea, ſed à binario initiata numero, & ſuperiores numeri inferioribus comparentur.

3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Ratio ſuperpartiēs.

¶ Superpartiens verò dicitur ratio, quoties 5
maior quantitas minorem ſemel cōprehendit, & partem ipſius minoris non quotam, ſed ex quotis illius partibus reſultantē. Quæ rurſum

tum ex parte numeri ,tũ ex parte denomina-
tionis earundem partium quotarũ ipſam par-
tem non quotã efficientium, infinitas recipit
differẽtias:vtpote,bipartientẽ tertias vt 5 ad
3,tripartiẽtẽ quartas veluti 7 ad 4,quadripar-
tientem quintas vt 9 ad 5,&c. Procreabis au Numeri ſuperpartientes.
tem numeros ſuperpartiẽtes , ſi lineam impa-
riũ numerorũ à quinario initiatã ordinaueris,
& illi ſubnotaueris naturalem numerorũ ſeriẽ
à ternario exordientẽ:nam ſuperiores inferio-
ribus cõparati, ſuperpartientes oſtendentur.

5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

6 ¶Quòd ſi maior quantitas , minorem pluries Multiplex ſuperparticularis ratio.
quàm ſemel cõprehendat , & partem inſuper
eiuſdẽ minoris quotam : talis ratio,multiplex
ſuperparticularis appellatur . Vnaquæq; igi-
tur differẽtia multiplicis,ſingulas recipit dif-
ferentias ipſius rationis ſuperparticularis .
Alia enim dupla ſeſqualtera dicitur , vt 5 ad
2:alia dupla ſeſquitertia , veluti 7 ad 3: & ſic
conſequenter . Idem intelligas velim de tri-
pla, quadrupla , & cæteris differentijs multi-
plicis . Si igitur inferiorẽ lineam ſuperparti- Numeri multiplices ſuperparticulares.
cularium ſuperiori coniunxeris, & productos
eiſdem inferioribus numeris ſupraſcripſeris:
conficies omnes differẽtias multiplicis ſuper-
particularis,ſub ratione dupla cõprehenſas.

5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Et ſi rurſum hoc modo procreatorum numerorum inferiores ſuperioribus cōpoſueris, ac eiſdem inferioribus reſultantes comparaueris numeros: conſurgent eiuſdem multiplicis ſuperparticularis differentiæ, ſub ratione tripla concurrentes.

7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Et ſic deinceps quantumlibet, per continuam additionem inferiorũ numerorũ cum productis ſuperiorib9: reliquas multiplicis ſuperparticularis differẽtias, ſub cæteris multiplicibus comprehenſas ordine procreabis.

Ratio multiplex ſuperpartiens.

¶ Si deniq; maior quantitas, minorem rurſum pluries quàm ſemel cōprehendat, & partem non quotam ipſius minoris: eiuſcemodi ratio, multiplex ſuperpartiens nũcupatur. Hinc fit, vt vnaquæq; multiplicis differentia, ſingulas differentias ipſius rationis ſuperpartientis indifferenter admittat. Erit enim aut dupla bipartiens tertias, vt 8 ad 3: aut dupla tripartiens quartas, vt 11 ad 4: vel quadripartiens quintas, vt 14 ad 5: & ſic de cæteris. Fient autem ſingulæ multiplicis ſuperpartientis differentiæ, ſub ratione dupla cōprehenſæ: ſi infimũ ſuperpartientiũ numerorũ ordinẽ, ſuperiori ſingulatim adiunxeris, & reſultãtes inde numeros eiſdẽ inferioribus cōparaueris. vt hic.

Nũeri multiplices ſuperpartientes.

8	11	14	17	20	23	26	29	32	35	38	41	44	47
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Et ſi hoc modo procreatis ſuperioribus nume-
ris, infimos iterũ coniunxeris numeros, ac eiſ-
dem inferioribus numeris conſurgentes inde
numeros ſuperſcripſeris: conficientur ſingulæ
multiplicis ſuperpartientis differentiæ, quæ
ſub tripla ratione continentur. Quarum ſub-
ſequitur exemplum.

11	15	19	23	27	31	35	39	43	47	51	55	59	63
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Et in hunc modum conſequenter (vt de mul-
tiplicibus ſuperparticularibus nunc præcepi-
mus) ſingulas multiplicis ſuperpartientis dif-
ferentias, ſub cæteris multiplicib9 rationibus
concurrentes reſpondenter procreare licebit.

Si demũ vnicuiq; prædictarũ ſpecierum, & Notandũ.
differentiarũ, ſiue rationũ maioris inęqualita-
tis, hanc ſyllabã ſub adieceris: eas in minoris
inæqualitatis rationes vel facilè conuertes.

7 ¶ HIS PRAELIBATIS, dicendum eſt
conſequenter de proportione, eiuſque diffe-
rentijs, & illationibus. Proportio eſt, contin- Proportio.
gens inter comparatas adinuicem quãtitates
rationum ſimilitudo: Quantitates igitur, inter
quas ſimiles offenduntur rationes, proportio-
nales appellantur. Cuiuſmodi ſunt hi numeri,
8 / 4 / 6 / 3: ſicut enim 8 ad 4, ſic 6 ad 3, vtro-
bique enim ratio dupla. Exceſſuum autem, Progreſſio.
ſiue differentiarum æqualitas, progreſſio di-
citur: Et quantitates inter quas idem offendi-
tur exceſſus ſiue differentia, progreſſionales

nuncupantur. de quibus, capite nono libri primi abundè dictum eſt. Harmonia. Tribus porrò datis numeris, ſi maximus ad minimū eandem habuerit rationem, quam differentia ipſius maximi ſupra medium, ad differētiam eiuſdem medij ſupra minimū: eiuſcemodi rationū ſimilitudo, harmonia propriè venit appellāda. Qualis inter hos videtur accidere numeros, quorum differentiæ, ſunt 2 & 1: ſicut enim 6 ad 3, ſic 2 ad 1.

6	,	4	,	3
	2		1	

Sed de his & ſimilibus harmonijs, latiùs in Muſica noſtra diſſeremus.

Proportionum igitur, alia continua, alia verò diſcontinua vocitanda eſt. 5

Continua proportio. Continuam appellamus proportionem, rationum ſimilitudinem, inter ordinatim comparatas quantitates accidentem: cùm videlicet intermediæ quantitates, antecedentis & conſequentis funguntur officio. Qualem obſeruant hi numeri, 8/4/2/1: vt enim 8 ad 4, ſic 4 ad 2, atq; 2 ad 1, vbique enim ratio dupla.

Cōtinuè ꝓportionaliū cōditiones notandæ. Hæc igitur proportio continua, inter ea ſolùm reperitur, quæ eiuſdem ſunt ſpeciei: & in tribus terminis, ad minus conſiſtere videtur. Quantitatum inſuper continuè proportionalium æquè multiplices, aut ſubmultiplices, continuè itidem, ac in eadem ratione ſunt proportionales: ſimiliter & illarum differentiæ. Vt ex præaſſumptis, ſub ratione dupla continuè proportionalibus, potes elicere numeris: quorū æquè multiplices, vtpote tripli, atque illorum differentiæ, ſub

24	12	6	3	Aequè multiplices, tripli:
8	4	2	1	Nũeri cõtinuè ꝓportionales.
	4	2	1	Differẽtiæ eorũdẽ numerorũ.

eadem ratione dupla continuè itidem proportionãtur. Diſcontinua verò proportio, eſt diſcontinuè comparatarum quantitatum, rationum ſimilitudo: cùm videlicet antecedentes, ſuis tantùm conſequentibus ſub eadem ratione colligantur. Qualem obſeruare cõperiuntur hi numeri, 8/4/6/3: vt enim 8 ad 4, ſic 6 ad 3, ſed non 4 ad 6. Reperitur autem proportio diſcontinua, tam inter ea quæ ſunt eiuſdem ſpeciei, quàm ea quę ſpecie videntur eſſe diuerſa: & in quatuor ad minus terminis neceſſariò conſtituitur. Præterea, ſi quantitatũ diſcõtinuè proportionaliũ antecedentes æquè multiplicentur, ſimiliter & conſequentes: conſurgent quantitates, diſcontinuè itidem proportionales. Idem habeto iudicium, de ſimili modo ſumptis, tam antecedentium, quàm etiam conſequentium æquè multiplicibus: ſed tunc eadem quæ inter datas quantitates obſeruatur rationum ſimilitudo. Vti ſubſcriptæ præaſſumptorum numerorum oſtendunt formulæ.

Proportio diſcõtinua.

Diſcõtinuè proportionaliũ conditiones.

24	8	18	6	Multiplices diuerſi.	24	12	18	9	æquè multiplices.
8	4	6	3	Numeri dati.	8	4	6	3	numeri dati.

6 ¶ EX CONTINVA DEMVM, AVT diſcontinua quatuor quantitatũ (eiuſdem ſpeciei velim intelligas) proportione: varię ſubinferũtur proportiones, pro diuerſa videlicet

Ex eadem proportione, diuerſas ſuboriri ꝓportiones.

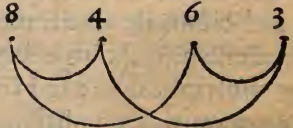
antecedentium & conſequentium adinuicem facta cõparatione ſubſequẽtes: tanta eſt ipſorum quatuor proportionaliũ vis ,atq; vbertas.

Conuerſa ꝓportio.

¶In primis,naſcitur conuerſa proportio:cùm videlicet rationes maioris inæqualitatis,in rationes minoris , aut è diuerſo,per conuerſam terminorum adinuicem factam cõparationem tranſmutamus. Vtpote, ſi fuerit vt 8 ad 4,ſic 6 ad 3:erit & è conuerſo,vt 4 ad 8,ſic 3 ad 6: conſequẽtes enim numeri, in antecedentium conuertuntur officium,& è diuerſo.

Permutata ꝓportio.

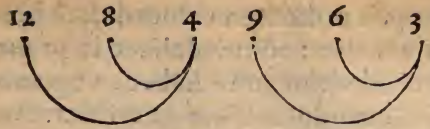
¶Secundò,elicitur proportio,quæ permutata ſiue reciproca nuncupatur . Dicuntur autem permutari rationes,cùm prima tertiæ,& ſecũda quartę cõparatur:ſic enim conſequens primæ rationis fit antecedens ſecundæ, & antecedens ſecundæ conſequens ipſius primæ. Vt datis rurſum numeris 8 / 4 / 6 / 3, ſub ratione dupla diſcõtinuè proportionatis:erit permutatimvt 8 ad 6,ſic 4 ad 3:



vtrobique enim offenditur ratio ſeſqualtera.

Proportio cõpoſita.

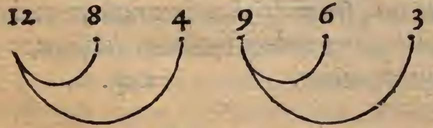
¶Subinfertur & alia proportio, quæ à terminorum cõpoſitione,cõpoſita dicitur:in qua videlicet antecedentis cum conſequẽte ad ipſum conſequens fit comparatio. quæ à diuiſis ad coniuncta nominatur aſſumptio. Vtpote, ſi fuerit vt 8 ad 4, ſic 6 ad 3,& ſubinferamus: ergo erit vt 12 ad 4 , ſic 9 ad 3. ſi componantur enim 8 & 4,fiunt 12:& 6 cum 3,faciunt 9.



habẽt autem 12 ad 4 eãdem rationẽ, quã 9 ad 3.

❡Huic cõtraria eſt diuiſa proportio. Eſt enim cõparatio differentiæ cuiuſlibet antecedentis ſupra ſuum conſequens, ad ipſum cõſequens. Exempli gratia, ſi 12 ad 4 eãdem habeant rationem, quam 9 ad 3, & ſubinferamus: ergo 8 ad 4, ſe habent vt 6 ad 3. excedunt enim 12 ipſa 4, per 8: & 9 ipſa 3, per 6. Diuiſa ꝓportio.

❡ Colligitur & euerſa ſiue reflexa proportio, quæ cõuerſio rationis dicitur. Fit autem, cùm antecedentia ſuis cõparãtur differentijs, quibus ſua excedunt conſequentia. Vt ſi rurſum 12 ad 4 eandem habeant rationem, quam 9 Euerſa ꝓportio.

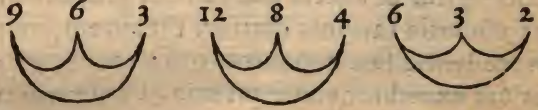


ad 3: erit vt 12 ad 8, ſic 9 ad 6. differunt enim 12 & 4, per 8: atque 9 à 3, per 6.

In conuerſa igitur atque permutata proportione, tam antecedentes, quàm etiam conſequentes termini, permanent ſubſtantialiter ijdem: in compoſita autem, & diuiſa, atq; euerſa proportione minimè, ſed alterantur, tametſi nihil aſſumatur extrinſecum. Notandũ.

❡His addunt æquam proportionem, quæ ex duobus quantitatum ordinibus, æquali multitudine diſtributis, & ſub eiſdem rationibus Aequa ꝓportio.

binatim ſumptis ordinatè vel inordinatè proportionatis naſcitur : cùm videlicet in primo ordine prima ad vltimam ſe habet , vt prima ad vltimã in ſecundo,aut(ſi mauis)ſubtractis intermedijs, extremæ quantitates ſub eadem ratione proportionales exiſtunt. Vtpote,ſi 9 ad 6 eandem habeant rationem , quam 12 ad 8,atque 6 ad 3,quam 8 ad 4,& ſubinferamus: ergo erit vt 9 ad 3,ſic 12 ad 4. Vel ſic,ſi fuerit vt 8 ad 4,ſic 6 ad 3,atque vt 3 ad 2, ſic 12 ad 8:erit rurſum vt 12 ad 4,ſic 6 ad 2. vt obiectæ numerorum indicant formulæ.



De additione , ſeu multiplicatione rationum adinuicem:atque earundem rationum diuiſione, uel ſubtractione. Cap. 2.

POST RATIONVM, ATQVE 1
proportionum præmiſſam traditionem,cõſentaneũ eſſe videtur, vt de productione rationis , ex duabus quibuſuis rationibus inuicem adiunctis & ſubtractis, ſeu multiplicatis & diuiſis generatæ , pertractemus : Id enim haud parum ijs videtur conducere , qui circa harmonias , aliáſq; ſecretiores Mathematicarum verſantur excogitationes.

Idẽ eſt igitur (ne te lõgiori detineamus ambage) duas rationes inuicem addere, quod & vnam per alterã multiplicare: ac vnam ex altera ſubtrahere, quod illarum maiorem diuidere per reliquam: cùm additio per multiplicationem, ſubtractio autem per ipſam diuiſionem in rationibus abſoluatur. Notandũ.

2 ℂQuantum igitur ad rationum ſpectat cõpoſitionem, duo ſeſe offerunt inueſtiganda. primũ eſt, productę ſeu conſurgentis inde rationis denominator: ſecundum autem, numeros colligere ſub eadem generata ratione conſtitutos. Vt duæ rationes, ĩ vnam rationem cõponantur. Primũ igitur (vt paucis expediamus) ſic abſolues. Duc vnius rationis denominatorem, in denominatorẽ alterius: fiet enim generatę, ſeu compoſitę rationis denominator. Secundum porrò, in hunc modũ obtinebis. Multiplica datarum rationũ antecedentes numeros adinuicem, ſimiliter & cõſequentes: Nam ex antecedentiũ multiplicatione, naſcetur antecedens: ex conſequentium autem multiplicatione, conſequens eiuſdem rationis, quæ ex ipſis duabus inuicem compoſitis generatur. Regulæ generales.

Hæc autẽ velim intelligas, vbi ambæ rationes datę, ſimul maioris, aut ſimul minoris fuerint inæqualitatis. Nam ſi vna maioris, altera verò minoris inæqualitatis extiterit: tunc ea ratio quę à maiori denominatur quãtitate, per reliquam diuidẽda eſt: vt infra, de ſubtractione rationum exprimetur. Notandũ.

3 ℂDemus in exẽplum triplam rationem, inter

Excēplū in multiplicibus. hos numeros 9 / 3 , & duplam inter iſtos 4/ 2,conſiſtentem. Duc igitur 3 denominatorem triplæ,in 2 ipſius duplę rationis denominatorem: fient 6. aio itaq;, ex tripla & dupla ratione, confici ſextuplam. Quod ex ipſis confirmatur numeris. Si ducantur enim 9 in 4, fient 36: & 3 in 2, fient 6. Atqui 36 ad 6 rationem habēt ſextuplam, qualē ex ipſis collegimus denominatoribus.

Tripla.	9—3
Dupla.	4—2
Sextupla.	36—6

Excēplū in ſuperparticularibus. ¶Dentur rurſum in exemplum duæ rationes ſuperparticulares: vtpote, ſeſqualtera quā habent 3 ad 2, & ſeſquitertia quæ eſt inter 4 & 3. Duces igitur $1\frac{1}{2}$ ſeſqualteræ rationis denominatorem, in $1\frac{1}{3}$ denominatorem ſeſquitertiæ, per doctrinam ſexti capitis libri primi: fient 2, à quibus dupla ratio denominatur. Pronunciabis igitur, ex ſeſqualtera & ſeſquitertia, generi duplam. Idem quoq; ex ipſis datis colligitur numeris. Si multiplicaueris enim antecedentes adinuicē, vtpote 3 in 4, fient 12: & cōſequentes 2/3 pariter adinuicem, prodibunt 6. Atqui 12 ad 6 rationem habent duplā.

Seſqualtera.	3—2
Seſquitertia.	4—3
Dupla.	12—6

Corollariū notādum. Cùm igitur cōſonātia quæ diapēte vocatur, in ſeſqualtera ratione cōſiſtat, diateſſaron autē in ratione ſeſquitertia: euidens relinquitur, cur præfatæ cōſonātię diapaſon efficiāt, quā duplā appellāt.

¶Addamus & exemplum in ſuperpartiētibus rationibus: ſitq; bipartiens tertias, addenda

tripartienti quartas, hoc eſt, ratio quam ob- ſeruant 5 ad 3, ei quæ eſt 7 ad 4. Denomina- tor bipartiētis tertias eſt 1 $\frac{2}{3}$, ipſius verò tri- partientis quartas 1 $\frac{3}{4}$: quę inuicē multiplica- ta, reddunt 2 & $\frac{11}{12}$, à quibus dupla vndecupar tiens duodecimas nominatur. Ergo ex bipar- tiente tertias, & tripartiente quartas, conficitur ratio dupla vndecupartiens duodecimas. Hanc quoq; rationem, conſtituunt & ipſi dati numeri. Nam ſi antecedentes 5 & 7 inuicem multiplicaueris, prodibunt 35: ex conſequentium autē multiplicatione, vtpote 3 in 4, fiunt 12. Cōtinēt autē 35, ipſa 12 bis, vná cū $\frac{11}{12}$.

Exēplum in ſuperpartientibus.

Bipartiens tertias.	5—3
Tripartiēs quartas.	7—4
Dupla vndecupartiens duodecimas.	35—12

¶ Reliquum eſt, vnicum exemplum exhibere, vbi altera rationū maioris, altera verò minoris eſt inæqualitatis. Sit igitur ſubdupla, componēda cum ſeſqualtera: vtpote ratio quā habet 1 ad 2, cū ratione 3 ad 2. Subdupla ratio à binario denominatur, nēpe ab eodē numero quo & ipſa dupla: ſeſqualtera autē ab 1 $\frac{1}{2}$, quę minora ſunt 2. Diuidantur ergo 2 per 1 $\frac{1}{2}$, prodibunt 1 $\frac{1}{3}$: conſurget igitur ex propoſitis rationib9, ratio ſubſeſquitertia. nā diuidēda, minoris eſt inæqualitatis: & procreata ratio, ſequitur in hac parte rationē ipſam diuidēdam. Si per ipſos autē numeros hoc idem experiri iuuet: ſcribe 1/2 ſuper 3/2, & duc 1 in 3, fient 3, ad dextrā

Exēplū vbi vna ratio eſt maioris, altera vero minoris inæqualitatis.

Subdupla.	1—2
Seſqualtera.	3—2
Subſeſquitertia.	3—4

ſubnotanda:poſtea 2,in 2,fient 4,ſubnotanda læuorſum.habent autem 3 ad 4, præfatam rationem ſubſeſquitertiam.

Qualiter plures duabus rationibus, inuicẽ cõponãtur.

¶Vbi deniq; plures duabus rationibus,inuicẽ 4 cõponendę proponentur:reſultantem ex duabus primis compones cum ipſa tertia,& inde procreatam rationem cum ſuccedenti quarta, & ſic deinceps quantum libet.Proponantur in

Exemplũ.

exemplũ hi numeri 4/3/2/3/1. Ex rationibus igitur 4 ad 3, & 3 ad 2 , fit dupla : quæ diuiſa per ſequẽtem ſubſeſqualteram 2 ad 3,reſtituit ſeſquitertiam : hæc autem ducta in triplam 3 ad 1, conficit demum quadruplam, quam habent 4 ad 1.

Corollaria notanda.

¶Ex duabus itaq; rationibus maioris inæqualitatis inuicem compoſitis,ratio itidem maioris inæqualitatis, & vtraque maior generatur. Ex duabus conſequenter minoris inæqualitatis rationibus , minoris inæqualitatis ratio,& vtraq; minor producitur. Ex vna porrò maioris, & altera minoris inæqualitatis ratione:fit ratio talis,qualis eſt ea quæ à maiori denominatur numero.Ratio autem æqualitatis,cũ maioris inæqualitatis ratione,eãdem maioris inæqualitatis rationem producit.Idẽ reſpõdenter facit, cum ratione minoris inæqualitatis. Sola igitur ęqualitatis ratio in ſeipſam ducta, rationem producit æqualitatis.

De ſubtractione ſiue diuiſione rationum.

¶CVM AVTEM RATIONEM A RA- 5 tione ſubtrahere fuerit operæpretium , & relictam inde cognoſcere rationem : id facies

(vt prædiximus) per viam diuiſionis. Non omnem autẽ rationem, à qualibet indifferenter ſubtrahendã eſſe velim intelligas: ſed minorẽ tantùm à maiori, ſiue vtraq; maioris, vel vtraque minoris, aut vna maioris & altera minoris fuerit inæqualitatis. Maiorem appellamus rationem, quæ à maiori: minorem autem, quæ à minori quantitate ſeu numero denominatur.

6 ¶Abſoluitur itaq; præfata ſubtractio, ſiue diuiſio rationum, duobus modis: quemadmodũ de earundem rationum compoſitione, nuper expreſſimus. In primis diuidẽdo maioris rationis denominatorem, per denominatorẽ ipſius minoris: generabitur enim relictæ, ſeu procreatæ rationis denominator. Secũdò, per numeros ſub datis rationibus conſtitutos: in hunc qui ſequitur modum. Conſtituantur ipſi numeri maioris & diuidẽdę rationis, ſupra numeros ipſiꝰ minoris. Deinde multiplicetur antecedens diuidendæ rationis, per conſequentem numerum ipſius diuidentis: fiet enim ipſius relictæ, ſeu procreatæ rationis antecedẽs. Et per multiplicationem conſequentis eiuſdẽ rationis diuidendæ, per conſequentem ipſius diuidentis: naſcetur conſequens eiuſdem relictæ, ſiue procreatæ rationis. Conuenit igitur hic diuidendi modus, cum diuiſione fractionũ vulgarium: quaſi prædictarum rationum antecedentes numeri diuidendam imitentur fractionem, conſequentes verò reliquam.

Regulæ generales.

7 ¶Demus in primis exemplũ in multiplicibus:

Exemplum in multiplicibus. ſitq; ratio dupla, ex tripla ſubducēda. Diuides itaq; 3 denominatorē triplæ, per 2 ipſius duplæ rationis denominatorem: fient $1\frac{1}{2}$, à quib⁹ ſeſqualtera ratio denominatur. Procreabitur igitur ex hac diuiſione, ſeſqualtera. Sint rurſum numeri in tripla ratione conſtituti, 9/3: & in dupla, 4/2. Multiplicentur ergo 9 per 2, fient 18: & 3 in 4, fient 12. Habent autem 18, ad 12 rationem ſeſqualteram: qualem ex ipſis collegimus denominatoribus.

Tripla.	9 ╳ 3
Dupla.	4 ╳ 2
Seſqualtera.	18—12

Exemplum in ſuperparticularib⁹. ℭ Rurſum exponatur ſuperparticularis, à ſuperparticulari ſimiliter auferenda: vtpote, ſeſquitertia, à ſeſqualtera. Diuides igitur $1\frac{1}{2}$ ſeſqualteræ denominatorem, per $1\frac{1}{3}$ denominatorem ſeſquitertiæ, per doctrinam ſeptimi capitis antecedentis libri ſecundi: fient $1\frac{1}{8}$, vnde ſeſquioctaua ratio denominatur. Relinquitur igitur ex propoſita ſubtractione, ratio ſeſquioctaua. Proponātur conſequenter numeri ſub eiſdē rationibus conſtituti: vtpote, 3 ad 2 in ſeſqualtera, & 4 ad 3 in ratione ſeſquitertia. Duces igitur 3 in 3, fient 9: & 4 in 2, fient 8. Atqui 9, ad 8 promiſſam à denominatoribus ſeſquioctauam rationem obſeruant.

Seſqualtera.	3 ╳ 2
Seſquitertia.	4 ╳ 3
Seſquioctaua.	9—8

Exemplum in ſuperpartientibus. ℭ Addamus & in ſuperpartientibus vnicum exēplum: ſitq; bipartiens tertias, à tripartiente quartas auferenda. Diuides itaq; $1\frac{3}{4}$, per

$1\frac{2}{3}$:naſcētur $1\frac{1}{10}$, à quibus ſeſquiuigeſima ratio denominatur. Hanc etiam præſtabunt numeri, ſub præfatis rationibus colligati: cuiuſmodi ſunt 7 ad 4,& 5 ad 3. Nam ſi multiplicaueris 7 per 3, fiēt 21:& 5 per 4, prodibunt 20. Et manifeſtum eſt, 21 ad 20 ſeſquioctauam obſeruare rationem. Ex ſubtractione itaq; bipartientis tertias, à tripartiente quartas, relinquitur ſeſquiuigeſima. Haud alienum habeto iudicium, de quibuſcunque ſimilibus & ſimiliter propoſitis rationum ſubductionibus.

Tripartiēs quartas.	7 ╳ 4
Bipartiens tertias.	5 ╳ 3
Seſquiuigeſima.	21—20

¶Ex diuiſione igitur rationis maioris inæqualitatis, per rationem maioris, cùm diſſimiles fuerint: naſcetur ratio itidem maioris inæqualitatis, vtraque minor. Idem cenſeto reſpondenter, de diſſimilibus minoris inæqualitatis rationibus: fiet enim ratio minoris inæqualitatis, vtraque pariter minor. At ſi ambæ rationes fuerint ſimul aut maioris, aut minoris inæqualitatis,& ſimiles adinuicem, hoc eſt, ſi data ratio per ſeipſam diuidatur: prodibit ratio æqualitatis. Si demum vna maioris,& altera minoris inæqualitatis extiterit: procreabitur ratio, pendens in hac parte ab ipſa ratione diuidenda, quę per maiorem videlicet exprimitur numerum. Corollaria notanda.

8 ¶ Quòd ſi rationem ſubtrahendam, alteri ſuprascripſeris, & præmiſſam obſeruaueris multiplicandi rationē: conuerſa ratio producetur, Notãdum.

nam primus numerus, minor erit ſecundo. Et iſto modo procreata ratio, erit ſola differentiæ ratio, qua minor ſuperatur ab ipſa maiore: quoniam maiorem à minori ſubducere, vel minorem per maiorē diuidere rationem, eſt impoſſibile. Hoc autem, ex ſubſcriptis præmiſſorum exemplorum numeris, deprehēdere vel facilè licebit: quorum hæc ſunt formulæ.

Dupla. Tripla.	4 ╲╱ 2 9 ╱╲ 3	Seſquitertia. Seſqualtera.	4 ╲╱ 3 3 ╱╲ 2	Bipartiēs tertias. Tripartiēs quartas.	5 ╲╱ 3 7 ╱╲ 4
Subſeſqualtera.	12—18	Subſeſquioctaua.	8—9	Subſeſquiuigeſima.	20—21

¶ *Qualiter duobus numeris datis, tertius, aut medius proportionalis inueniatur,* cap. 3.

PRAESTAT CONSEQVENter, ad proportionales deſcēdere regulas, quibus vniuerſę ferè tum mathematicę, tum ciuiles pertractātur negotiationes. A minimo 1
itaq; terminorū continuè proportionaliū exordiēdo numero: ſi duobus numeris datis, tertiū oporteat in eadē ratione ſubiūgere proportionalē, ſic facito. Multiplicetur is numerus qui futurus eſt ſecundus in ſeipſum, & productus inde numerus diuidatur per primum: naſcetur enim ipſe tertius & proportionalis numerus.

Duobus numeris datis, inuenire tertium proportionalem.

Proponātur ī exēplū hi numeri, 27 & 9: ſitq; operępretiū inuenire numerū tertiū, ad quē 9, eandem obſeruent rationē, quā 27 ad 9. Multiplicabis ergo 9 per ſeſe, fient 81: quę diuides

Exēplum.

per 27,prodibunt 3. Tantus eſt ipſe tertius & proportionalis numerus:nā 27 ad 9 eandē habent rationem, quam 9 ad 3, vtpote triplam.

Quòd ſi multiplicentur 27 per ſeipſa, fient 729:quę diuiſa per 9,dant pro quoto numero 81. Erit itaque numerus 81,primus trium proportionalium numerorū, eiſdē numeris datis anteponendus:nam 81 ad 27 eandē rationem obſernant,quam idem numerus 27 ad 9. Notādum.

2 ℂ Cùm autem duobus oblatis numeris, medium proportionalem operępretium fuerit inuenire numerum:colliges illum hac arte. Multiplicabis ipſos datos numeros adinuicem: & producti numeri quadratam ſupputabis radicem: nam ea erit numerus medius, ad quem primus eandem habebit rationem,quam ipſe medius ad vltimū. Dentur in exemplum hi duo numeri 27 / 3, inter quos oporteat medium conſtituere proportionalem. Duces igitur 27 in 3, fient 81: quorum radix quadrata eſt 9. Tantus eſt ipſe medius,& proportionalis numerus:habent enim 27 ad 9 eandem rationem,quam ipſa 9 ad 3. Duobus oblatis numeris,medium proportionalē ſupputare. Exēplum.

3 ℂPēdet autē eiuſcemodi operādi ratio,ex prima parte vigeſimæ propoſitionis ſeptimi libri elementorū:quæ ſic habet. Si tres numeri cōtinuè proportionales fuerint,qui ſub extremis inuicē multiplicatis gignitur numer9, ęqualis eſt ei qui à medio in ſeipſū ducto procreatur. Hinc fit,vt is qui ex medio procreatur numero ſi per primū diuidatur,naſcatur tertius:aut Prędictorū ratio mathematica.

ſi idẽ numerus diuidatur per tertiũ,generetur ipſe primus . Haud diſſimiliter , eius numeri qui ſub extremis inuicẽ multiplicatis reſultat quadrata radix,ipſum medium proportionalẽ exprimit numerum. Cùm enim duo numeri inuicem multiplicantur,ſi productus inde numerus per alterum eorum diuidatur:procreatur de neceſſitate reliquus.Quod & in ſequẽti quatuor proportionalium numerorum regula, haud diſſimiliter obſeruatur.

Notãdum.

ℭ De *aurea quatuor proportionalium numerorum regula,qua tribus datis,quartus innoteſcit, numerus:déque illius uſu multiplici.* Caput 4.

De poteſtate 4 numerorũ ꝓportionalium.

TANTA EST VIS,ADEÓQVE 1
indiſſolubilis fraternitas ipſorum quatuor numerorũ inuicem proportionalium, & tam variæ ex illis emergũt rationum proportiones:vt omnia ferè cum ciuilia,tum mathematica negotia eorundem numerorum proportionalium tractentur ac diſſoluantur officio. Huius itaque regulæ ſcopus,eſt datis quatuor numeris inuicẽ proportionalibus , ſi quiſpiam illorum ignoretur , ipſum trium cognitorum adminiculo reddere notum.

Finis regulæ 4·ꝓ por. numerorũ.

Origo eiuſdem regulæ.

ℭ Oſtenſum eſt itaque decimanona propoſi= 2
tione ſeptimi elementorum Euclidis , ſi quatuor numeri proportionales fuerint : qui ex primo & quarto fit numerus, æquus eſt ei qui

ex ſecũdo & tertio. Hinc fit, vt ignoto altero extremorum, multiplicãdi ſint intermedij numeri adinuicem, & productus inde numerus, per notum extremum diuidendus: vel altero intermediorum ignoto, vnus extremorum ducatur in reliquum, & productus inde numerus per notum intermedium diuidatur: vt ipſe medius, vel extremus, & ignotus procreetur numerus. Cùm enim quiſpiam numerus per alium multiplicatur: fit numerus, qui diuiſus per alterum multiplicantium, producit de neceſſitate reliquum. Multiplicantur ergo extremi numeri, in ſuffragium intermediorum: quia tantum producũt numerum, quantum & ipſi intermedij: atque è diuerſo. Hypotheſis notanda.

Debent nihilominus ipſi numeri, in vſum practicum eo modo reuocari, vt ignotus & optatus numerus quartum poſſideat ordinem: ac ipſe primus, re & nomine conueniat cũ ipſo tertio, ſecundus autem cum acquiſito quarto. Id enim requirunt proponendæ, ac per ipſam proportionaliũ regulã diſſoluẽdæ quæſtiones. Conditio regulæ animaduertẽda.

3 ¶ Dentur in huiuſce regulæ generalem expreſſionem, hi numeri 15/10/12/8, ſub ratione ſeſqualtera proportionati: ſicut videlicet 15 ad 10, ſic 12 ad 8. Et ſupponatur in primis ignorari numerus quartus, vtpote 8. Multiplicabis igitur 12 per 10, fient 120: quæ diuiſa per 15, reddunt 8, quantus eſt ipſe quartus & proportionalis numerus. ¶ At ſi primus deſideretur numerus, ſcilicet 15: illum rediges in quartum Exemplum generale ipſius regulæ. Quãdo nu. quart9 ignoratur. Cùm primus ignoratur nu.

limitẽ. Cùm enim ſit vt 15 ad 10, ſic 12 ad 8: erit à conuerſa ratione, per corollariũ quartæ propoſitionis quinti elemẽtorũ Euclidis, vt 8 ad 12, ſic 10 ad 15. Ducãtur ergo 10 in 12, fiẽt rurſum 120: quæ diuiſa per 8, reddunt ipſa 15.

Quãdo ſecundus nu. ignoratur.

¶Supponatur conſequenter ignorari ſecũdus numerus, vtpote 10. Antepones igitur, duos vltimos numeros ipſi primo, ſecundámve rationẽ ipſi primæ: in hunc modũ, 12/8/15. Cùm enim ſit vt, 15 ad 10, ſic 12 ad 8: erit igitur vt 12 ad 8, ſic 15 ad 10. Multiplicabis ergo 15 per 8, conſurgent iterum 120: quæ diuides per 12, prodibunt 10.

Dum tertius ignoratur numerus.

¶Quòd ſi tertius forſitan ignotus fuerit numerus, vtpote 12: conuertes rurſum antecedentes numeros in conſequentes, & è diuerſo. Erit igitur vt 10 ad 15, ſic 8 ad 12. Multiplicẽtur itaq; 8 per 15, conſurget præfatus numerus 120: qui ſi diuidatur per 10, reſtituet pro quoto numero 12. Haud aliter intelligẽdũ ac faciẽdũ velim intelligas, de quibuſcũq; ſimilibus, ac ſimiliter propoſitis numeris.

Documenta ſpecialia in praxi regulæ ſeruanda.

4 ¶Vbi autẽ abſoluta diuiſione ipſius producti per primũ & diuiſorem numerũ, aliquis remãſerit numerus ipſo diuiſore minor: is in ſubtiliorem reſoluendus eſt numerum, pro ratione ac qualitate ſiue ſpecie vnius ſingularis eiuſdem primi aut tertij numeri, atque productus inde numerus per ipſum primũ iterũ diuidendus: ídq; toties cõtinuandũ, quatenus ex ipſa diuiſione nihil tandẽ relinquatur. ¶Præterea, ſi primus triũ numerorũ ſolis integris, tertius

verò fractis cõſtiterit numeris, aut è diuerſo: debes prius, quàm per ipſam opereris regulã, alterũ prædictorũ numerorũ in alterius reuocare denominationẽ. Oportet enim primũ numerũ, cũ ipſo tertio re ac nomine ſeu qualitate conuenire. Quẽadmodũ ex ſuccedẽtibus exẽplis particularibus videbis ſæpius obſeruatũ.

¶ Excipimus tamen fractiones aſtronomicas, ſexagenaria ratione diſtributas: quę per tabulam proportionalem, ſub varijs ſpeciebus (vti proximo libro docuimus) abſque reſolutione tractari vel facilè poſſunt. Exceptio notanda.

¶ Cũ autẽ periculũ facere libuerit, an optatũ per ipſã regulã cõſecutus fueris numerũ: id ex prẹallegata decimanona ſeptimi elemẽtorum Euclidis, abſoluere vel facilè licebit. Si multiplicaueris enim primũ numerũ in ipſum quartum, idẽ procreabitur numerus, qui ex ductu ſecũdi in tertiũ generatur, ſi debitè ſupputaueris: Si autẽ præfati numeri fuerint inæquales, peccatũ eſt, & calculus propterea reiterãdus. Vt probanda regulæ veritas.

¶ *Exẽpla, ſeu quæſtiones particulares, uſum regulæ clarificantes.*

1 ¶ VT AVTEM IPSIVS REGVLAE INexplicabilis commoditas, & ſemper admirãda clareſcat amplitudo, & in quarumcunqȝ rerum propoſitarũ, ſub rationem atqȝ proportionem cadentium, adcommodetur vſum: ciuiles aliquot, atque mathematicas iuuat ſuperaddere quęſtiones, ac ipſas in aliarum exemplum per eandem proportionalium diſſoluere regulam.

De agnoſcēdo pretio rei emēdę, quę ſub menſuram cadit.

¶In primis igitur, ſi quis emerit (verbi gratia) quatuor vlnas pāni pretio 15 librarū, & optauerit ſcire, quanti ementur vlnæ 25 eiuſdem panni: proponūtur tunc numeri quatuor inuicē proportionales, quorū quartus & ignotus eſt numerus pretij eiuſdē rei emēdæ, ad quem neceſſum eſt 25 eandē habere rationem, quam ipſa 4 ad 15. Multiplicentur ergo 25 per 15, fient 375: quæ diuidenda ſunt per 4, prodibūt franci 93, relictis tribus francis, qui non poſſunt diuidi per 4. reſoluātur itaque in ſolidos, ſiue duodenos turonenſes, per ſextum caput libri primi, reſultabunt duodeni 36: quos rurſum diuidere oportet per ipſa 4, producentur 9. Optatus itaque numerus quartus, continebit francos 93, & duodenos 9: Tanti igitur ementur, ipſæ 25 vlnæ eiuſdē panni propoſiti.

De eodem pretio dignoſcendo in rebus pōdere diſtributis.

¶Secundò, ſi libræ 100 olei oliuarum valeant 2 frācos 7 & $\frac{1}{4}$, & iuuet agnoſcere quāti ementur eiuſdem olei libræ 2350: reſolues in primis francos 7 & $\frac{1}{4}$, ad duodenos turonēſes, fient duodeni 125. Deinde iuxta regulæ tenorem multiplicabis 2350, per 125, cōſurgēt 293750: quæ diuides per 100, prouenient duodeni 2937, relictis 50, qui non poſſunt diuidi per 100. hos itaque relictos 50 duodenos, reſolues in turonos, iuxta traditionem ipſius ſexti capitis antecedētis libri primi, fient turoni 600: quos diuides per 100, naſcentur 6. Erit igitur numerus pretij deſideratus, duodenorū 2937, & turonorum 6: quæ reducuntur ad libras

turonenſes.146,& duodenos 17,vnà cũ eiſdẽ 6 turonis. Tanti ergo ementur, ipſæ 2350 libræ olei ſupradicti.

3 ℂ Tertiò, ſi pãnus ſericus emptus fuerit frãcis 180,& volueris ſcire quãti oporteat ipſum vendere, vt lucreris francos 16 pro quolibet centenario francorũ numero:ſubſumendi ſunt tunc quatuor proportionales numeri, iuxta ipſius quæſtionis propoſitionem. Tu enim vis 100,verti in 116: dic igitur, ſi 100 dent 116, quantum dabunt 180? Multiplicabis itaq; 180, per 116,fient 20880:quæ diuiſa per 100,dant pro quoto numero francos 208, & duodenos 16. Tantundem igitur vendas oportet ipſum pannum ſericum,ſi ad propoſitam lucri volueris deuenire rationem. De lucro rei emptæ, ſub data ratione conſtituendo.

ℂQuòd ſi eandem ſummam 208 frãcorum & 16 duodenorum,diuiſeris per numerum vlnarum eiuſdem panni: naſcetur pretium cuiuſlibet vlnæ,ad præfatam lucri rationem ſeorſum diſtribuendæ.Vt ſuppoſito quòd idem pãnus contineat vlnas 40: diuides 208 francos & 16 duodenos per 40,prouenient franci 5,duodeni 4, vnà cum 8 turonis pro qualibet vlna. Haud aliter facito de quibuſcunque ſimilibus, & ſimiliter propoſitis quæſtionibus. Notãdum.

4 ℂ Quartò,ſi è diuerſo quæſtio forſitan proponatur, vtpote, eſt pannus ſericus venundatus pretio 208 francorum, & duodenorum 16, & lucratum eſt ad rationem 16 pro 100, & quæratur quanti fuerit emptus idem pannus:cùm Ex venditione & lucro dato, pretiũ emptionis elicere.

116 prouenerint ex 100, propones in hunc modum numeros ipſos proportionales. Si 116 franci, proueniant ex 100: ex quo francorum numero, prodierunt franci 208, vnà cum 16 duodenis? Deinde multiplicabis 208 francos & 16 duodenos per 100, conſurgent franci 20880: quos diuides per 116, naſcentur franci 180. Tanti fuerat emptus idẽ pannus ſericus.

Hinc ſi præfatos 180 francos per numerum vlnarum eiuſdẽ panni diuiſeris: ſingulare pretium cuiuſlibet vlnæ ſeorſum obtinebis.

Ex pretio emptionis & venditionis, lucri rationem pro cẽtena colligere.

¶ Quintò, poteſt & ipſa quæſtio in hunc pro- 5
poni modũ. Eſt pannus (verbi gratia) ſericus, emptus pretio 180 frãcorum: ſi is venundetur francis 208, vnà cum 16 duodenis, ad quam rationem pro cẽtena lucrũ ipſum perducetur. Proponantur ſic tres primi numeri proportionales. Si 180 franci ſummę principalis, dẽt frãcos 208 vnà cum 16 duodenis principalis & lucri, quantũ principalis & lucri dabũt 100. Duc igitur frãcos 208 cũ 16 duodenis in 100, producẽtur frãci 20880: quos diuide per 180, fiẽt pro quoto numero 116: à quibus tolle 100, relinquentur 16. Ipſum ergo lucrum, erit ad rationem 16, pro centenario frãcorum numero.

Vt proportionãda panis pondera, pro ratione pretij frumẽtarij.

¶ Sextò, cùm medimnus tritici, vænit (exem- 6
pli gratia) duodenis 34, & confectus ex illo panis 6 denariorum turoneñ. obſeruat pondus 12 vnciarum: ſi idem medimnus tritici, venerit ad pretium 28 duodenorum, quæritur quot vnciarũ formãdus erit idẽ panis 6 denariorũ?

In hac & ſimilibus quæſtionibus, locandus eſt numerus ſecundi valoris ſiue pretij in primo ordine, datus verò ponderis numerus in ſecũdo, primi denique valoris ſiue pretij numerus in tertio: quæſtionem ipſam, in hunc qui ſequitur modum proponendo. quot vnciæ prodibunt ex 28, ſi 12 vnciæ proueniant ex 34. hoc autem ideò fit, quoniam minuto pretio frumenti augmentatur pondus ipſius panis: & è conuerſo. Duc itaque 34 in 12, fient 408: quæ diuide per 28, prodibunt 14 & $\frac{4}{7}$. Totidem vnciarum formandus eſt panis, vbi medimnus tritici deſcenderit ad pretium 28 duodenorũ. Haud diſſimilem operandi rationem obſeruabis, in minuendo põdere ipſius panis, vbi pretium eiuſdem menſuræ frumentariæ fuerit augmentatum.

7 ¶Septimò, deſcendendum eſt ad eas quæſtiones, quæ per liberam numerorũ ſoluuntur poſitionem, hoc eſt, per ſubſumptionem duorum numerorum proportionalium, cum propoſito numero tertio. Si quis igitur optauerit ſcire, à quo numero deducta tertia parte relinquuntur 50: is in hunc modum dignoſcetur. Supponatur aliquis numerus habẽs tertiam partem, vtpote 15, cuius tertia pars eſt 5, & reſiduum (eadem tertia parte dempta) eſt 10. Dic igitur, ſi 10 relinquantur ex 15, ex quo numero relinquentur 50? Multiplicentur itaq; 50 per 15, fient 750: quæ diuiſa per 10, dãt pro quoto numero 75. Tantus eſt numerus, à quo dẽpta

Data parte quota, & reſiduo, quæſitum inuenire numerum.

tertia parte(quæ eſt 25) relinquuntur 50.

Ex quotarũ ſumma,numerum cuius ſũt quotæ ptes colligere.

¶Octauò,eſto numerus, cuius $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ cũ $\frac{1}{4}$ ſimul iuncta,conficiunt 60: quæritur quãtus eſt ipſe numerus? Supponatur aliquis numerus habens $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$,qualis eſt numerus 12,cuius dimidium eſt 6,tertium verò 4,& quartum 3, quæ ſimul iuncta conficiunt 13: & in hũc modum quæſtio proponatur. Si 13 dent 12,quem numerum dabunt 60? Multiplicentur ergo 60 per 12,fient 720:quæ diuide per 13,producentur 55,vnà cum $\frac{5}{13}$. Tantus eſt numerus optatus. Nam dimidium ipſorum $55\frac{5}{13}$, eſt $27\frac{9}{13}$, tertium verò $18\frac{6}{13}$, & quartũ $13\frac{11}{13}$: quæ ſimul iuncta,conficiunt 60. 8

Pro ratione expoſitarũ pecuniarũ lucri partẽ in ſocietatibus proportionare

¶Nonò,oſtendendum eſt,qualiter ipſa regula ſocietatum quæſtiones non minus facilè diſſoluat. Supponantur itaque tres homines inuicem conueniſſe , quorum primus expoſuerit francos 350, ſecundus 400, tertius verò 450: Et facta rerum emptarum venditione , ſuperlucrati ſint 1000 francos. Quęritur quanta debet eſſe pars lucri competens vnicuique , pro ratione pecuniæ expoſitæ? In hac & ſimilibus quæſtionibus,adgregatum ex ſummis particularibus ſe habet ad totum lucrum,vt quęlibet ſumma particularis ad partem lucri proportionalem. Componantur igitur 350/400/450, fient 1200: quæ facies primum & diuiſorem numerum,ſecundum verò 1000,tertium autẽ numerum quamlibet ſummam particularem. Duc igitur 1000 in 350,poſtea in 400,tãdem 9

in 450:& productos inde numeros diuide per 1200. Offendes enim competere ipſi primo, francos 291, duodenos 13, & turonos 4: ſecundo autem, francos 333, duodenos 6, & turonos 8: tertio deniq;, francos 375 pręciſè: quæ ſimul iuncta, conficiunt præfatos 1000 frãcos ipſius lucri propoſiti.

10 ¶ Decimò, exponatur ſumma 150 francorum, diſtribuenda tribus hominibus: ea tamen ratione, vt primus ſit habiturus dimidiam partem, ſecundus tertiam, tertius verò quartam. Quæritur, quanta erit vnaquæq; prædictarum partium? Inueniatur rurſum numerus habens dimidiam, & tertiam, & quartam partem: vtpote 12, cuius $\frac{1}{2}$ eſt 6, tertiũ 4, & quartum 3: quæ ſimul iuncta, cõficiũt 13. Deinde ac ſi primus expoſuerit 6, ſecundus 4, & tertius 3: ſic proponito quæſtionem. Si 13 dent 6: vel 4, aut 3, quantum dabunt 150? Et factis iuxta regulę tenorem multiplicationibus, atque diuiſionibus: offendes partem ipſius primi eſſe francorum 69, & $\frac{3}{13}$, ſecundi 46 & $\frac{2}{13}$, tertij verò 34 vnà cum $\frac{8}{13}$: quæ ſimul iuncta, conficiunt præfatos 150 francos.

De ſumma denariorũ diuerſis diuerſimodè diſtribuenda.

11 ¶ Vndecimò, ſint rurſum tres homines, ſub hac couditione conuenientes, vt primus expoſuerit francos 350 per menſes 12, ſecundus francos 400, per mẽſes 10, tertius verò francos 450, per menſes 8: & lucrati ſint francos 1000. Quæritur quãtum debetur vnicuiq;, pro ratione temporis & ipſius expoſitæ pecuniæ.

De proportionãdo lucro, pro tẽporis & pecuniæ diuerſitate.

Multiplicetur quælibet ſũma pecunię per ſuũ tempus: vtpote, 350 per 12, fiẽt 4200: deinde 400 per 10, conſurgẽt 4000: tandẽ 450 per 8, producẽtur 3600. Hæc autẽ ſimul iuncta, cõficiũt 11800, ex ipſis pecuniarũ ſummis, & datis tẽporib⁹ reſultãtia. Hũc itaq; numerũ 11800, fac primũ proportionalẽ, & 1000 frãcos lucri ſecundũ: in tertio autẽ ordine ponito ſingulos numeros ex ſumma qualibet frãcorum & ſuo tempore reſultãtes, & quęſtio ipſa in hũc proponatur modũ. Si 11800 dẽt 1000, quãtũ dabũt 4200, dein 4000, tandẽ 3600? Et factis vt ipſa poſtulat regula, & proximo exẽplo nono traditũ eſt, multiplicationib⁹, atq; diuiſionib⁹: offendes deberi primò frãcos 355 & $\frac{55}{59}$, ſecũdò frãcos 338 & $\frac{58}{59}$, tertio verò frãcos 305, & $\frac{5}{59}$ vnius frãci, Hæc autẽ omnia ſimul iuncta, cõficiũt præfatos 1000 frãcos lucri propoſiti.

De mathematicis quæſtionibus.

¶Duodecimò (vt ad mathematica deſcendamus exempla.) Si planeta, proprio motu, pertranſeat de circulo Zodiaco in tribus diebus 5 gradus (qualiũ totus circulus eſt 360) quot ſimiles gradus perãbulabit in diebus 60? Multiplicabis igitur 60 per 5, fient 300: quæ diuides per 3, prodibunt 100. Tot igitur gradus idem planeta pertranſibit intra dies 60. Haud alienũ habeto iudicium de quibuſcunq; ſimilibus, & ſimiliter propoſitis quęſtionib⁹ mathematicis. Omnes ſiquidẽ geometrici vel aſtronomici canones, huius regulæ abſoluuntur beneficio. Semper enim occurrũt duo triangula 12

Nota de canonib⁹ geometricis & aſtronomicis.

ſimilia, hoc eſt, æquiangula, habẽtiáq́ circum æquales angulos latera, & proinde 4 inuicem proportionalia: quorũ tria ſupponuntur nota, & illorũ adminiculo quartũ innoteſcit. Vt ex ea parte geometrię colligitur, quæ lõgitudinũ dimenſiones per radij viſualis obſeruationem cum inſtrumẽtis oſtendit. Idẽ ſimiliter & in ſinuum rectorũ, hoc eſt, rectarũ in circuli quadrante ſubtenſarũ videtur accidere demõſtrationibus. Nã ſæpiùs 4 ſeſe offerũt ſinus recti, inuicẽ proportionales: quorũ tres itidem noti ſupponũtur, ipſum quartũ iuxta regulæ tenorem manifeſtantes. Innumeræ itaq́ ac penè incredibiles, cum ciuiles, tum mathematicæ quæſtiones, per eandem 4 proportionaliũ numerorum regulam indifferenter diſſoluentur: dummodò eorũdem 4 proportionaliũ numerorũ ordinẽ debitè noueris obſeruare, aut illos (ſi expediat) cõgruè ſupponere. Quẽadmodũ ex præcedentibus abundè clareſcit exemplis.

¶ *Qualiter eadẽ obſeruetur regula, in proportionandis tabularum aſtronomicarũ numeris, ſiue numerorum differentijs, per ipſam tabulam proportionalem.*

¶ IVVAT DEMVM VIRES HVIVS REgulæ, in proportionandis tabularum aſtronomicarum numeris ſiue differentijs, ſexagenaria ratione diſtributis, per ipſam tabulam proportionalem ſeorſum impreſſam demonſtrare: qua opitulante, numerus quartus proportionalis mira facilitate colligitur.

Duplex tabularũ ingreſſus.

Cõtingit itaq; eiuſmodi tabulas, quẽadmodũ & ipſam tabulam proportionalem, lateraliter vel areatim ingredi:& neutro plerunque congreſſu, propoſiti offenduntur numeri. Quid autem ſit lateraliter, vel areatim intrare tabulã, numero 5, quarti capitis, antecedẽtis libri tertij diffinitum eſt.

Regula generalis, pro ingreſſu laterali.

¶ Cùm igitur lateraliter intratur tabula, & 13
præciſi non occurrunt laterales numeri, quærenda eſt pars proportionalis differentiæ arealium numerorum, inter quos optatus cadit numerus, iuxta rationem minutorum partibus integris adiacentium, ad minuta 60: túncque primus numerus eſt 60, ſecũdus prædictorum minutorum numerus, tertius verò ipſa numerorum arealium differentia, quorum vnus reſpõdet partibus integris proximè minoribus, alter verò proxime maioribus ipſius numeri dati. Hæc igitur pars proportionalis, per ſolum ingreſſum lateralẽ in ipſam tabulam proportionalem, cum ipſa differentia & minutis datis, illico manifeſtatur: abſoluendo ſcilicet multiplicationem ſecundi numeri in tertium, vel è diuerſo, iuxta doctrinam numeri 6 eiuſdem quarti capitis ipſius libri tertij, abſq; diuiſione producti per 60: vtpote, quæ per ipſius tabulæ conſtructionem ſuppletur.

Exemplũ.

¶ Sit exempli gratia, arealis differentia ſecun- 14
dorum 24: de qua ſumenda ſit pars proportionalis in ea ratione, qua ſe habent 60 minuta ad minuta 55. Sumptis itaq; 55 in latere a b,

& ipſis 24 in latere a c: offendes ad communem angulum 22/0, hoc eſt, ſecũda 22. Tu enim ducis minuta in ſecunda, & fiunt tertia: quæ diuiſa per minuta: reddunt ſecunda. Se habent igitur 22 ſecũda, ad minuta 55: veluti ſecunda 24, ad minuta 60.

❡Eſto rurſum arealis differentia ſecundorum 20, tertiorũ 30: de qua ſit operępretiũ habere partem proportionalem in ea ratione, quam obſeruant minuta 35, ad minuta 60. Sumptis ergo 35 in latere a b, atque 20 & 30 in ipſo latere a c: occurrent ad communem angulũ, ſub 20 quidem ſecunda 11, tertia 40: ſub ipſis autẽ 30, tertia 17, quarta 30. Quæ debito, & ſæpius expreſſo more coniuncta, efficiunt ſecũda 11, tertia 57, & quarta 30. Tãta eſt pars proportionalis, ſiue quartus numerus optatus. Aliud exẽplum.

Secunda.	Tertia.	Quarta.
11 —	40	
	17 —	30
11 /	57 /	30

Cæteras porrò introitualium numerorum differẽtias, ex eodẽ capite quarto præcedẽtis libri tertij (in quo de eiuſcemodi numerorũ agitur multiplicatione) colligendas remittimus.

15 ❡CVM PORRÒ areatim intratur aliqua tabula, & pręciſi in area nõ ſeſe offerũt numeri: accipitur tunc pars proportionalis numeri 60 (qui eſt differẽtia duorũ lateraliũ numerorum immediatè ſuccedẽtium, & minuta vnius gradus, aut vnius minuti ſecunda repræſentat) in ea quidẽ ratione, qua ſe habet differẽtia ipſius oblati numeri & numeri proximè minoris, ad Regula generalis ꝑ ingreſſu areali.

differentiam eiuſdem proximè minoris atque proximè maioris numeri arealis, inter quos propoſitus coincidit numerus. Primus itaque numerus, eſt ipſa maior differentia: ſecundus, differētia minor (quæ eſt pars ipſius maioris) tertius verò, ipſe numerus 60. Ea ergo pars proportionalis, ſiue numerus quartus, per ſolũ arealem ingreſſum in eandem tabulã proportionalẽ, cum duobus primis numeris obtinetur: diuidendo ſcilicet numerũ ſecundum per primum, abſque eiuſdem ſecundi multiplicatione per tertium, vtpote, quæ ſub ipſius tabulæ conſtructionem comprehenditur.

Exẽplum. ¶Eſto verbi gratia arealis differētia maior minutorum 45, minor autem minutorum 12: ſitque propoſitum accipere partem proportionalem de 60 minutis lateralibus, in ea quidem ratione, qua ſe habent ipſa 12 ad 45. Acceptis igitur 45 in latere a b, ipſius tabulæ proportionalis: perquirito 12 inter areales numeros, è dextra quidem regione ipſorum 45. Quibus tandẽ in hunc modum ſeſe offerētibus 12.0: occurrent tibi ad verticem columnæ 16, quæ minuta dicentur, eandem habentia rationem ad 60, quam 12 ad 45. 16

Aliud exẽplum. ¶Sit rurſum operęprecium, accipere partem proportionalem de præfatis 60 minutis, in ea ratione, qua ſe habent 15 minuta & 24 ſecunda, ad minuta 28. Sũptis itaq́, iuxta doctrinã numeri 4, quinti capitis antecedentis libri tertij, 28 in latere a c, eiuſdẽ tabulæ proportionalis: ſub ipſis 28

rectiſſimè deſcendēdo, offendes tādem 15.12 præciſè. à quibus ſi læuorſum directè progrediendo, in latus perueneris a b: occurrent illic minuta 33, quæ eādem rationem obſeruant ad 60, quam minuta 15 & 12 ſecunda, ad ipſa 28 minuta.

¶Quòd ſi plures in diuiſore concurrerint fractionum ſpecies, vel ipſæ diuidendæ fractiones in area tabulæ prçciſè non reperiātur: obſeruabis ea documenta ad huiuſcemodi fractionum diuiſionem ſpectantia, quæ præfato numero 4, ipſius quarti capitis prçcedētis libri tertij, ſigillatim annotauimus. Notādum.

¶Qualiter duobus numeris inæqualibus datis, duo intermedij reperiantur numeri, ſub eadem ratione cōtinuè proportionales, Cap. 5.

HVIVSCE QVATVOR NVmerorum continuè proportionalium adinuentionem, in gratiam noſtræ circularis quadraturæ, primùm excogitauimus, & noſtro mathemathico triumpho cōſcripſimus: quam hoc in loco repetere, ac ſummatim perſtringere, non duximus importunum. vtpote, ſine qua figurarum tam planarum quàm etiam ſolidarum augmentationes atq; diminutiones, ſub quauis ratione data propoſitas, earundémque figurarū perutiles trāſmutationes, facere eſt impoſſibile: queādmodū ex noſtra Geometriæ praxi, deprehendere vel facilè poteris. Propoſitæ regulę miranda vtilitas.

Regulæ ſumma. ℭ Oblatis igitur duobus quibuſcũq; numeris inæqualibus, inter quos operæpretiũ ſit duos medios inuenire numeros, ſub eadem ratione continuè proportionales: ſecũdum in primis, hac arte colligito numerũ. Duc vnũ datorum numerorũ in reliquum, & productum inde numerorum duc rurſum in eum prædictorum numerorum quem vis efficere primum, conſurgẽtis inde numeri cubicam extrahito radicẽ: nam ea erit optatus numerus ſecundus. Quòd ſi præfatum numerum ex eorundẽ oblatorum numerorum multiplicatione procreatum, in reliquum numerum, hoc eſt, vltimum multiplicaueris, & producti cubicam itidem acceperis radicem: ea erit tertius numerus proportionalis. Erit igitur vt primus numerus ad ſecundum: ſic idem ſecundus ad ipſum tertium, atque idem tertius ad numerum quartum. 2

Notãdum. Verùm vbi ex ſupradictis multiplicationibus procreati numeri non fuerint cubi, veras illorũ radices inuenire eſt impoſſibile: eas tamen, per ſecundam partem octaui capitis antecedentis libri primi, adeò præciſas obtinere licebit, vt à veris & ſurdis radicibus (etiam in quemcunque reuocentur vſum) differre nullo modo videantur.

Exẽplum. ℭ Dentur in exẽplum hi duo numeri, 81, 3: inter quos expediat duos inuenire numeros, ſub eadem ratione continuè proportionales. Multiplicabis igitur 81 per 3, fient 243: quæ rurſum duces in 81, conſurgent 19683. quorum 3

radix cubica eſt 27:tantus eſt ſecundus nume
rus proportionalis . Quòd ſi multiplicaueris
eundem numerum 243 per 3,fient 729:quorũ
radix cubica eſt 9.tantus eſt numerus tertius:
nã ipſi numeri 81/27/9/3,ſub ratione tripla cõ
tinuè proportionantur. Poteris & obtẽto ſe- Notãdum.
cundo numero,inuenire tertium:vel ipſo ter-
tio ſupputato colligere ſecundum,per antece
dentis primi capitis traditionem.Si enim mul
tiplicaueris 27 per 3, fient 81: quorum radix
quadrata eſt 9.Aut ſi duxeris 81 in 9, produ-
cẽtur 729:quorũ radix quadrata eſt 27.Haud
aliter facito,de quibuſcunque ſimilibus.

4 ℭSed demus exemplum,vbi producti numeri Aliud exẽ-plum.
nõ ſunt cubi:ſíntque ipſi oblati numeri 60,24.
Multiplicabis ergo 60 per 24,fient 1440:quę
rurſum duces in 60, conſurgent 86400. quo-
rum radix cubica,eſt 44,& circiter $\frac{12}{60}$,quæ fa-
ciunt $\frac{1}{5}$. tantus eſt ſecũdus & proportionalis
numerus.Quòd ſi eundem numerũ 1440 mul
tiplicaueris per 24,producentur 34580: quo-
rum radix cubica eſt 32,vnà ferè cum $\frac{34}{60}$,quæ
reducũtur ad $\frac{17}{30}$.tãtus eſt ipſe numer⁹ tertius.

ℭEx his autem 4 numeris continuè propor- Notãdum.
tionalibus , variæ ac non inutiles eliciuntur
proportionũ diuerſitates:Quas tum ex ſupra-
dictis numero 6, antecedentis primi capitis
huius libri,& ex libro quinto elementorũ Eu-
clidis(in quo de proportionibus vniuerſaliter
pertractatur) tũ ex ipſo noſtro mathematico
triumpho colligẽdas,data remittamus opera.

¶De regula ſex quantitatum inuicem proportionalium, eiúſque differentijs, & uſu multiplici, cap. 6.

Ptolemę. DEMONTRAVIT PTOLE-1 mæus, capite duodecimo libri primi ſuæ magnæ cõſtructionis (quã vocant Almageſtum) & nos ſimiliter ex noſtræ circularis quadraturæ collegimus demonſtratione: dabiles eſſe videlicet ſex quantitates ſic adinuicẽ proportionatas, vt ratio primæ ad ſecũdã cõponatur ex rationibus tertiæ inquã ad ſequentẽ quartã, & ipſius quintæ ad ſextam. Hinc orta eſt illa ſex quantitatũ proportionaliũ regula, qua nulla præſtantior inuenitur ad cęleſtium motuũ, aliarũmq; rerũ ſecretarũ inueſtigationẽ: & proinde quæ ad ipſius magnæ conſtructionis intelligẽtiam, adeò videatur eſſe neceſſaria. In cuius regulæ fundamẽtũ, ſubſcriptos, & q̃ minimos potuim⁹ in datis rationibus, tibi ſelegimus numeros: vtpote 1/2/3/4/6/9, iuxta ipſius regulę tenorem inuicẽ proportionatos. Ratio enim 1 ad 2, quę eſt ſubdupla: cõſtat ex ratione 3 ad 4, quæ eſt ſubſeſquitertia, & ſubſeſqualtera ratione ipſorũ 6 ad 9. Vti ſubiecta cõpoſitionis earũdem rationũ indicat formula, iuxta precedentis ſecundi capitis traditionem conſcripta: fit enim ratio 18 ad 36, quę eadẽ eſt rationi ipſius 1 ad 2.

(Margin: De origine ac vtilitate regulæ 6 quantitatũ. — Exemplares numeri iuxta regulam inuicẽ proportionati.)

Subſeſquitertia.	3 — 4
Subſeſqualtera.	6 — 9
Subdupla, vt 1 ad 2.	18 — 36.

¶ Ex hac autẽ primaria & veluti radicali eiuſdẽ rationis cõpoſitione, 2

(Margin: 17 rationũ cõpoſitiones, ex prima ſuborte.)

17 ſuboriuntur rationum compoſitiones, ſiue compoſitionum ordines, inter eoſdem ſex numeros 1,2,3,4,6,9, pendenter accidentes: qui vnà cum ipſo primo & radicali, ſunt numero 18. Quos omnes ſub hac ſuccedenti perſtrinximus tabulæ contextura.

TABVLA 18 MODORVM, quibus inter præfatos 6 numeros, ratio duorum primorum, conſtat ex rationibus reliquorum quatuor.

	Ordo numerorum.					
Modi compoſitionũ poſſibiles.	Primus.	Secũdus.	Tertius.	Quartus	Quintus.	Sextus.
Primus modus.	1	2	3	4	6	9
Secundus.	1	2	3	9	6	4
Tertius.	1	3	2	4	6	9
Quartus.	1	3	2	9	6	4
Quintus.	1	6	2	9	3	4
Sextus.	1	6	2	4	3	9
Septimus.	2	4	1	3	9	6
Octauus.	2	4	1	6	9	3
Nonus.	2	9	1	3	4	6
Decimus.	2	9	1	6	4	3
Vndecimus.	3	4	1	2	9	6
Duodecimus.	3	4	1	6	9	2
Decimustertius.	3	9	1	2	4	6
Decimusquart⁹.	3	9	1	6	4	2
Decimusquint⁹.	4	6	2	1	3	9
Decimusſextus.	4	6	2	9	3	1
Decimusſeptim⁹	6	9	1	2	4	3
Decimusoctau⁹.	6	9	1	3	4	2

In prima itaq; & læua ipſius tabulę colũna, primi locãtur numeri, ad numeros ſecundę columnæ ſigillatim comparandi: quorum ratio, cõſtat ex ratione numerorũ tertiæ columnæ ad numeros quartæ, & ratione numerorũ ſuccedentis quintæ colũnæ ad numeros ipſius ſextæ. Hinc facilè liquet, qui numeri inter eoſdẽ 6 proportionales, ipſi⁹ primi aut ſecundi, quíve tertij & quarti, ſeu quinti demũ & ſexti fungantur officio. Summaria tabulæ dilucidatio.

Cæteræ autem rationes inter eoſdē accidentes numeros (quæ ſunt tātūmodò ſex, vtpote primi ad quartū vel ſextū, ſecundi ad tertium vel quintum, atq; tertij ad eundem quintum, & ipſius tandē quarti ad ſextū) ex cæterorum numerorū rationibus nullo modo cōponūtur.

Præfatæ 18 rationum cōpoſitiones, ſuo ordine exemplariter dilucidatæ.

¶ Horum autem 18 modorum formulas, ſiue rationum compoſitiones, inter eoſdem 6 numeros, iuxta tenorem ipſius antecedentis ſecundi capitis accidentes, in maiorem omniū expreſſionē, ſuperaddere: illóſque ſuo ordine diſtribuere, non duximus incommodum. 3

¶ Primus & radicalis modus: in quo ratio primi numeri ad ſecūdum, componitur ex ratione tertij ad quartum, & ratione quinti ad ſextum.

Subſeſquitertia.	3——4
Subſeſqualtera.	6——9
Subdupla, vt 1 ad 2.	18——36

¶ Secundus compoſitionis modus: in quo ratio eiuſdē primi numeri ad ſecundū, conſtat ex ratione tertij ad ſextū, atq; ratione quinti ad quartum.

Subtripla.	3 — 9
Seſqualtera.	6 — 4
Subdupla, vt 1 ad 2.	18—36

¶ Tertius modus: in quo ratio primi numeri ad tertium, conſtat ex ratione ſecundi ad quartum, & ratione quinti ad ipſum ſextū.

Subdupla.	2——4
Subſeſqualtera.	6——9
Subtripla, vt 1 ad 3.	12—36

¶ Quartus modus: in quo ratio eiuſdē primi numeri ad tertiū, cōficitur ex ratione ſecūdi ad ſextū, & ratione ipſius quīti ad quartū.

Subquadrupla ſeſqualtera.	2——9
Seſqualtera.	6——4
Subtripla, vt 1 ad 3.	12—36

¶ Quintus modus: in quo ratio ipſius primi numeri ad quintũ, cõponitur ex ratione ſecundi ad ſextum, atq; ipſi⁹ tertij ad quartũ.

Subquadrupla ſeſqualtera.	2 — 9
Subſeſquitertia.	3 — 4
Subſextupla, vt 1 ad 6.	6 — 36

¶ Sext⁹ modus: in quo ratio eiuſdẽ primi numeri ad ipſum quintũ, conſtat ex rationibus ſecũdi ad quartum, & tertij ad ipſum ſextũ.

Subdupla.	2 — 4
Subtripla.	3 — 9
Subſextupla, vt 1 ad 6	6 — 36

¶ Septimus modus: in quo ratio ſecundi numeri ad quartũ, reſultat ex binis rationib⁹, ipſius quidẽ primi ad tertium, & ſexti ad quintum numerum.

Subtripla.	1 — 3
Seſqualtera.	9 — 6
Subdupla, vt 2 ad 4.	9 — 18

¶ Octauus modus: in quo ratio eiuſdem ſecũdi numeri ad ipſum quartum, cõficitur ex ratione primi ad quintum, atque ſexti ad ipſum tertium.

Subſextupla.	1 — 6
Tripla.	9 — 3
Subdupla, vt 2 ad 4.	9 — 18

¶ Nonus modus: in quo ratio præfati numeri ſecũdi ad ſextũ, conſtat ex rationibus primi ad tertium, & quarti ad ipſum numerum quintum.

Subtripla.	1 — 3
Subſeſqualtera.	4 — 6
Subquadrupla ſeſqualtera, vt 2 ad 9.	4 — 18

¶ Decimus modus: in quo ratio eiuſdem ſecũdi numeri ad ipſum ſextũ, conficitur ex ratione primi ad quintũ, atq; ratione quarti numeri ad ipſum tertiũ.

Subſextupla.	1 — 6
Seſquitertia.	4 — 3
Subquadrupla ſeſqualtera, vt 2 ad 9.	4 — 18

¶Vndecimus modus: in quo ratio tertij numeri ad quartum, conſtat ex rationibus primi quidē ad ſecundũ, & ſexti ad ipſum numerum quintum.

Subdupla.	1—2
Seſqualtera.	9—6
Subſeſqtertia, vt 3 ad 4.	9—12

¶Duodecimus modꝰ: in quo ratio eiuſdem tertij numeri ad ipſum quartũ, reſultat ex rationibꝰ primi ad quintum, & ipſius ſexti ad ſecundum numerum.

Subſextupla.	1—6
Quadrupla ſeſqualtera.	9—2
Subſeſqtertia, vt 3 ad 4.	9—12

¶Decimustertius: in quo ratio præfati numeri tertij ad ſextum, componitur ex ratione primi ad ſecundũ, & ipſius quarti ad numerum quintum.

Subdupla.	1—2
Subſeſqualtera.	4—6
Subtripla, vt 3 ad 9	4—12

¶Decimusquartus: in quo eadē ratio numeri tertij ad ipſum ſextũ, cōſtat ex rationibꝰ primi inquā numeri ad quintum, & quarti ad ſecundum numerum.

Subſextupla.	1—6
Dupla.	4—2
Subtripla, vt 3 ad 9.	4—12

¶Decimusquintus: in quo ratio quarti numeri ad quintum, cōficitur ex rationibus ſecundi numeri ad primũ, & tertij ad ipſum numerum ſextum.

Dupla.	2—1
Subtripla.	3—9
Subſeſqualtera, vt 4 ad 6.	6—9

¶Decimusſextus: in quo eadē ratio numeri quarti ad ipſũ quintum, conſtat ex ratione ſecundi ad ſextum, & ipſius tertij ad primum numerum.

Subquadruplaſeſqualt.	2—9
Tripla.	3—1
ſubſeſqualtera, vt 4 ad 6.	6—9.

¶ Decimusſeptimus: vbi ratio quinti numeri ad ſextum, componitur ex ratione primi ad ſecundum, & quarti numeri ad ipſũ tertium.

Subdupla.	1—2
Seſquitertia.	4—3
Subſeſqualtera. vt 6 ad 9.	4—6

¶ Decimusoctauus & vltimus, in quo prçfata ratio quinti ad numerũ ſextũ, cõſtat ex rationibus primi inq̃ ad tertiũ, & quarti ad ſecundum numerum.

Subtripla.	1—3
Dupla.	4—2
Subſeſqualtera, vt 6 ad 9.	4—6

¶ Hinc facilè patet, qualiter hic ſenarius ordo numerorũ, in quaternariũ vtiliter redigatur. Ex ipſis enim quatuor vltimis numeris, duo cõficiũtur numeri, cũ duobus primis ſub eadẽ ratione proportionales: vnde ſinguli ſex quantitatũ canones, in quatuor proportionaliũ numerorũ regulã, vel facilè tandẽ conuertũtur. Corollariũ notandum.

¶ RELIQVVM eſt, oſtendere qualiter oblatis ſex numeris, ſic inuicem colligatis, vt ratio duorum quorumvis conſtet ex rationibus cæterorum quatuor: ſi quiſpiam illorum ignoretur, is reliquorum adminiculo dignoſcatur. Regula, ſiue praxis earundem 6 quantitatum.

In primis igitur, vbi ſextus numerus ignorabitur, multiplicabis ſecundum in tertium, & productum diuides per primum: quotum rurſum ex diuiſione numerorũ duces in quintũ, productúmque diuides per quartum: habebis enim præfatum numerum ſextum. Reſumantur exempli gratia, præaſſumpti ſex numeri 1/2/3/4/6/9, iuxta primũ & radicalẽ modum diſtributi: ſitq; numerus 9 ignotus. Duc igitur Vbi ſextus ignoratur numerus.

2 in 3,fient 6:quæ diuide per 1,redibũt 6.hęc rurſum ducito in 6(quintum videlicet numerum)conſurgent 36:quæ diuiſa per 4, dabunt pro quoto & optato numero 9.

Dum quintus ignotus eſt numerus.

¶Secundò,vbi quintus ignorabitur numerus, duc primum in quartum, & productũ diuide per tertium: quod ex hac autẽ diuiſione procreatur duc rurſum in numerum ſextum , & productum diuide per ſecundum: & eundem quintum obtinebis numerum.Exempli cauſa, ignoretur numerus 6. Duc itaq; 1 in 4, redibunt 4: que diuide per 3, prouenient 1 & $\frac{1}{3}$. Hæc rurſum multiplica per 9,conſurgent 12: quæ diuiſa per 2, generant 6,quantus eſt ipſe numerus quintus.

Dum ipſe quartus optatur numerus.

¶Tertiò,vbi quartus numerus incognitus fuerit:ducendus eſt ſecundus in tertium, & productum diuidendum per primum. quotus inde numerus,per quintum multiplicandus eſt: & is qui reſultabit, diuidendus per ipſum numerũ ſextũ. Vtpote,ſi numerus 4 ignoretur, multiplicabis 2 in 3, fient 6: quæ diuides per 1,redibũt 6.Hæc per 6 numeri quinti rurſum multiplicabis,conſurgent 36:quæ ſi diuidãtur per 9,dabunt pro quoto & optato numero 4.

Vbi tertius numerus ignoratur.

¶Quartò,ſi tertius numerus deſideretur, hũc ſic curabis inuentum.Duc primum numerum in quartum,productúmq; diuide per ſecundũ: prouenientem autẽ ex ipſa diuiſione,duc rurſum in ſextum,& procreatum inde numerum diuide per quintũ. Ignoretur enim numerus

3. Duces igitur 1 in 4, redibunt 4: quæ diuides per 2, proueniẽt 2. hęc iterũ multiplicabis per 9, cõſurgent 18: quæ diuides tandẽ per 6, prodibunt 3, quãtus eſt ipſe numerus tertius.

¶Quintò, vbi ſecundũ operępretiũ fuerit habere numerũ, ſic facito. Duc primũ in quartũ, & productum inde numerum diuide per tertium: quotũ rurſum numerũ ducito in ſextum, productúmq; diuidito per ipſum quintũ. Nã inter præaſſumptos numeros, ſecundus eſt 2. Duc igitur 1 in 4, fient ſolummodò 4: quę diuide per 3, naſcentur 1 & $\frac{1}{3}$. Hæc rurſum ducito in 9, reſultabũt 12: quę diuiſa per 6, generabũt ipſum optatũ numerũ ſecũdũ, vtpote 2. Vbi ſecundus ignot⁹ eſt numerus.

¶Sextò & vltimo, ſi primus ignotus fuerit numerus, is in hunc modũ ſupputetur. Ducatur ſecundus in tertium, & productus inde numerus per quartum diuidatur: quotus autem ex ipſa diuiſione per quintum rurſum multiplicetur, productúſq; numerus diuidatur per ipſum ſextum. relinquetur enim primus. In primum numerum ſubrogauimus vnitatem: quæ ſupponatur ignota, & in hũc modũ colligatur. Multiplicentur 2 in 3, fient 6: quę diuiſa per 4, dãt 1 & $\frac{1}{2}$. Hæc rurſum multiplicata per 6, producunt 9: quæ per 9, hoc eſt, ſextum diuiſa numerum, reſtituunt 1. Quãdo primus numerus deſideratur.

¶Haud diſſimiliter, datũ quẽuis horũ ſex numerorũ, iuxta quanuis reliquarum 18 rationũ compoſitionem diſtributorum, curabis inuentum: necnon & oblatorum quorumcunq; ſex Corollariũ.

numerorum ignotum, ſimilibus rationũ com-mixturis ſiue proportionibus inuicem colli-gatorum.

Concluſio. ¶HAEC ſunt, candide ac ſtudioſe lector, quæ de abſoluta numerorum tam integrorum, quàm vulgari & aſtronomica ratione partium diſtributorũ praxi, in aliarum diſciplinarũ introductionem, & communẽ ſtudioſorum omnium vtilitatem, nobis conſcribenda & ædẽda videbantur.

¶Quarti & vltimi libri Arithmeticæ practicæ, ex Orontij Finæi Delphinatis Regij Mathematicarum Lutetiæ profeſſoris traditione,

F I N I S.

Vireſcit vulnere virtus.

INDEX SVMMARIVS CAPITVM, ſingulis huiuſce Arithmeticæ practicæ libris contentorum.

PRIMI LIBRI CAPITA.

1. De numero elemẽtis, limitibus, & arte numerādi. Fo. 3.
2. De integrorum numerorum additione. fo. 5.
3. De ſubtractione eorundem integrorum. fo. 6.
4. De ipſorum integrorum multiplicatione. fo. 8.
5. De diuiſione prædictorum integrorum. fo. 12.
6. De eorundem integrorum reductione. fo. 15.
7. De inuentione quadratæ radicis in numeris integris. fo. 16.
8. De cubicæ radicis inuentione. fo. 20.
9. De progreſſione eorumdem numerorum. fo. 23.
10. De vero ſupradictarum operationum exanime. fo. 26.

LIBRI SECVNDI CAPITA.

1. De origine, expreſſione, & valore fractionum. fo. 30.
2. De reductione prædictarum fractionum. fo. 32.
3. De abbreuiandis fractionibus & partium quotarum inuentione. fo. 36.
4. De ipſarum vulgarium fractionum additione. fo. 39.
5. De ſubtractione prędictarum fractionum. fo. 41.
6. De earundem fractionum multiplicatione. fo. 42.
7. De diuiſione perdictarum fractionum. fo. 45.
8. De inuenienda radice quadrata earundem fractionum vulgarium. fo. 48.
9. De cubica præmiſſarum fractionum radice. fo. 49.

LIBRI TERTII CAPITA.

1. De ratione numeri ſexagenarij, ac inde deductis integrorum fractionibus. fo. 51.
2. De fractionum aſtronomicarum additione. fo. 53.
3. De ſubtractione prædictarum fractionum. fo. 55.
4. De earundem fractionum multiplicatione. fo. 56.
5. De ipſarum fractionũ aſtronomicarũ diuiſione. fo. 61.
6. Vt earundem fractionum quadrata radix extrahenda ſit. fo. 67.
7. De cubica prædictarum fractionum aſtronomicarum radice. fo. 69.

QVARTI LIBRI CAPITA.

1. De rationis atque proportionis diffinitione, & vtriuſq; ſpeciebus & differentijs. fo. 72.
2. De additione, ſeu multiplicatione rationũ adinuicem: atque earundem rationum diuiſione, vel ſubtractione. fo.77.
3. Qualiter duobus numeris datis, tertius, aut medius proportionalis inueniatur. fo.81.
4. De aurea quatuor proportionalium numerorum regula, qua tribus datis quartus innoteſcit numerus: deq; illius vſu multiplici. fo.82.
5. Qualiter duobus inæqualibus numeris datis, duo intermedij reperiantur numeri, ſub eadem ratione continuè proportionales. fo.90.
6. De regula ſex quantitatum inuicem proportionalium, eiuſq; differentijs & vſu multiplici. fo.91.

FINIS.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Erratula, in aliquibus tantùm exemplaribus, artis impreſſoriæ labilitate commiſſa.

Fo.26, pagina 2, linea prima: legẽdum, & ſubducto primo numero.
Fo.32, pag.2, li.5, & 6: legendum, fractionum $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ &c.
Fo.69, pa.2, li.12: legendum. Cap. 7.
Cætera peruia ſunt.